Educación Secundaria para Personas Adultas

(E. S. P. A.)

MATEMÁTICAS

MÓDULO I – NIVEL I

(1º E. S. P. A.)

C. E. A "MAR MENOR"

Curso 2010-2011

Unidad 1: Los números enteros.

1. LOS NÚMEROS ENTEROS.

Los **números naturales** son los que utilizamos para contar los elementos de un conjunto:

6 personas.

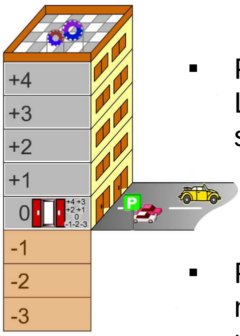
8 monedas.

6 botellas.

Pero hay situaciones reales que no se pueden expresar con números naturales, por ejemplo: debo 20 €, 100 metros bajo el nivel del mar, 2 grados bajo cero.... Para representar situaciones como éstas, los matemáticos tuvieron la necesidad de ampliar el conjunto de los números naturales a otro conjunto. A este nuevo conjunto le denominaron el conjunto de los **números enteros.** Los números enteros son el 0 y los números positivos, {+1, +2, +3, +4, +5,…}, y negativos, {–1, –2, –3, –4, –5,…}.

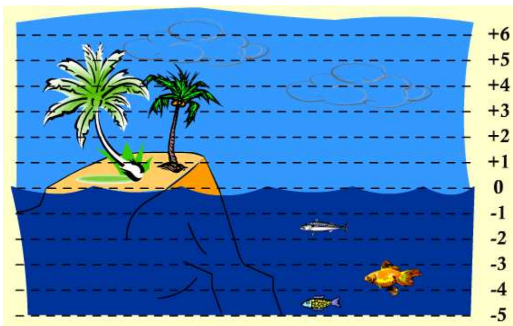
Los números enteros son números creados para referirse a situaciones en las que se marca un origen (que se considera el valor 0) que provoca un antes y un después, un delante y un detrás, un arriba y un abajo…

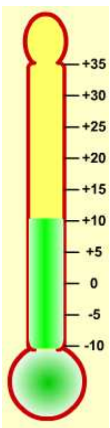
Los números enteros aparecen en muchas situaciones de la vida cotidiana:



- Para señalar el número de plantas de un edificio en un ascensor. Los números negativos se utilizan para indicar las plantas subterráneas o sótanos.

- Para medir altitudes. Se considera 0 el nivel del mar, los niveles por encima del mar se pueden expresar por números enteros positivos, y los niveles por debajo del nivel del mar se pueden expresar por números enteros negativos.



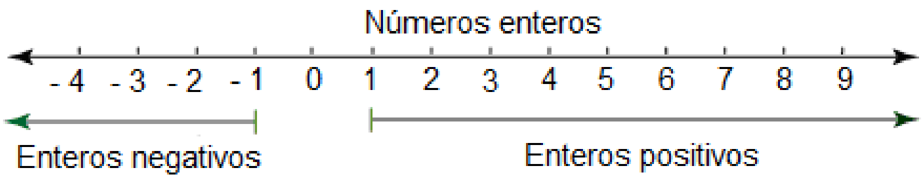


- Para medir temperaturas. Las temperaturas por encima de 0º C se expresan con números positivos y las temperaturas inferiores a 0º C se expresan con números negativos.

2. LOS NÚMEROS ENTEROS EN LA RECTA NUMÉRICA.

Los números enteros se representan ordenados en la recta numérica:

- El cero, 0, divide a la recta en dos semirrectas iguales.
- Las semirrectas se dividen a su vez en partes iguales.
- Los números enteros **positivos** se sitúan a la **derecha** del cero.
- Los números enteros **negativos** se sitúan a la **izquierda** del cero.

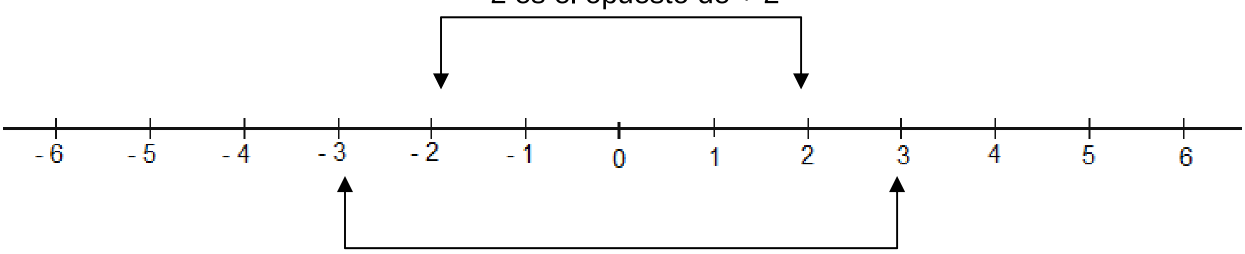


La distancia desde un punto al cero es lo que se llama **valor absoluto**. El valor absoluto de un número entero es el que resulta al eliminar el signo y se representa entre dos barras verticales.

Por ejemplo, el valor absoluto de – 3 es 3 y el valor absoluto de + 5 es 5.

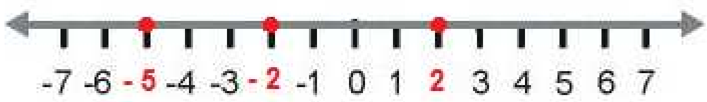
Se representa: | – 3 | = 3 y | + 5 | = 5

Dos **números enteros** se dice que son **opuestos** cuando su representación en la recta numérica está a igual distancia de 0 pero en sentido contrario. Es decir, cuando tienen distinto signo e igual valor absoluto.



3. COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

Para comparar números enteros resulta de gran utilidad situarlos en la recta numérica:



Los números enteros están representados de forma creciente sobre la recta numérica; por tanto, – 5 es menor que – 2, y éste, a su vez, es menor que +2.

Se escribe: – 5 < – 2 < +2.

El mayor de dos o más números enteros es el que está situado más a la derecha en la recta numérica.

- De dos enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto.

  Así, $+3 < +5$, ya que $|+3| = 3 < |+5| = 5$.

- De dos enteros negativos es mayor el de menor valor absoluto.

  Así, $-6 < -4$, ya que $|-6| = 6 > |-4| = 4$.

- El cero es mayor que cualquier número negativo y menor que cualquiera positivo.

4. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS.

SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS.

- Para sumar números enteros del **mismo signo**, se suman los valores absolutos y se antepone el mismo signo que tengan los sumandos.

  $(+2) + (+5) = +7$ $\qquad$ $(-2) + (-5) = -7$

- Para sumar números enteros de **signos contrarios**, se restan los valores absolutos y se antepone el signo del sumando que tenga mayor valor absoluto.

  $(+2) + (-5) = -3$ $\qquad$ $(-3) + (+6) = +3$

- Para restar números enteros, debemos tener en cuenta:

  - El signo + delante de un paréntesis no afecta a los signos de los números contenidos en el paréntesis.

    $+(-7) = -7$ $\qquad$ $+(+6) = +6$

  - El signo – delante de un paréntesis modifica los signos de los números contenidos en el paréntesis.

    $-(-7) = +7$ $\qquad$ $-(+6) = -6$

  Así pues, para restar números enteros, aplicaremos en primer lugar estas reglas y después realizaremos la operación:

  $(+2) - (-5) = +2 + 5 = +7$ $\qquad$ $(-6) - (-4) = -6 + 4 = -2$

¿Cómo se resuelve una expresión con sumas y restas?

$$(-4) + (+5) - (+7) - (-3) + (-9)$$

Aplicamos, primero, las reglas de los signos antes de un paréntesis, y, después, la resolvemos:

$$(-4) + (+5) - (+7) - (-3) + (-9) = -4 + 5 - 7 + 3 - 9$$

Primer método: Se hacen las operaciones en el orden en que aparecen.

$$\underbrace{-4+5}_{+1} - 7 + 3 - 9 = \underbrace{+1-7}_{-6} + 3 - 9 = \underbrace{-6+3}_{-3} - 9 = \underbrace{-3-9}_{-12} = \mathbf{-12}$$

Segundo método:

Se suman los números que llevan el signo + → 5 + 3 = 8

Se suman los números que llevan el signo – → 4 + 7 + 9 = 20

Se resta el segundo resultado del primero → 8 – 20 = **– 12**

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

- Para multiplicar números enteros, multiplicamos los valores absolutos y al resultado se le pone el signo + si ambos eran del mismo signo ó – si eran de distinto signo.
- Seguimos las reglas de los signos.

(+) · (+) = +	(+ 2) · (+ 3) = + 6
(+) · (–) = –	(+ 2) · (– 3) = – 6
(–) · (+) = –	(– 2) · (+ 3) = – 6
(–) · (–) = +	(– 2) · (– 3) = + 6

DIVISIÓN EXACTA DE NÚMEROS ENTEROS.

- Para dividir números enteros dividimos los valores absolutos y aplicamos las reglas de los signos que se cumplen igual que en el producto.

(+) : (+) = +	(+ 12) : (+ 3) = + 4
(+) : (–) = –	(+ 12) : (– 3) = – 4
(–) : (+) = –	(– 12) : (+ 3) = – 4
(–) · (–) = +	(– 12) : (– 3) = + 4

OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS ENTEROS.

- Para realizar operaciones combinadas con números enteros debemos tener en cuenta la jerarquía de operaciones, de modo que:

  - Primero se realizan los paréntesis y corchetes.
  - Después las multiplicaciones y divisiones.
  - Después las sumas y las restas.
  - Cuando dos operaciones tienen la misma importancia se realizan de izquierda a derecha.

[6 · 3 + 5 · (9 – 4)] – 12 : (– 4) = [18 + 5 · 5] – 12 : (– 4) =

= (18 + 25) + 3 = 43 + 3 = **+ 46**

ACTIVIDADES

1. Calcula:

   a. 5 + 3 – 2 + 1 – 4 =

   b. 3 + 5 – (1 – 4 + 7) – 2 =

   c. [(9 – 3) – (5 + 2)] – 7 =

   d. 3 + [5 – (8 – 3)] – 2 =

2. En un autobús viajan 5 personas y cada una de ellas lleva una bolsa. En la primera parada del autobús suben tres personas llevando dos bolsas cada una, y bajan dos personas con una bolsa cada una. En la siguiente parada sube una persona con tres bolsas y bajan dos personas con dos bolsas cada una. ¿Cuántas bolsas hay en ese momento en el autobús?

3. La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera a razón de 9º C cada 300 m, aproximadamente. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire es de – 90 º C?

4. Calcula:

   a. $(+3) \cdot (-4) - (+5) \cdot (-2) =$
   b. $(-16) : (+2) + (+54) : (-9) =$
   c. $(-3) \cdot (5 - 7) =$
   d. $[(-5) \cdot (+3) + (-7) \cdot (-3)] : (4 + 5 - 7) =$

5. En el año 27 a. C., el Senado de Roma concedió a Cayo Julio Cesar Octavio el título de Augusto cuando tenía 36 años de edad. Según estos datos, ¿en qué año nació el emperador Augusto? Si murió 41 años después en la ciudad de Nola, ¿en qué año falleció?

6. Calcula:

   a. $15 : 5 - 6 : 3 + 49 : 7 - 22 : 2 =$
   b. $(5 + 3) : 2 - (7 - 4) : 3 =$
   c. $-6 + [7 - 5 - (-2) + (-4)] =$
   d. $[36 : (-4) - 3 \cdot 2] : (- - 4 + 1) =$
   e. $4 - 6 : (6 - 4) - [16 : (9 - 1) - 3] =$
   f. $(4 - 6 : 2)] - [2 - (1 - 10) : 3] =$

7. ¿Cuánto dinero perdió una persona al introducir 63 monedas de 20 céntimos de euro en una máquina de juegos, si por cada 7 monedas que introdujo le salieron 1€ de premio?

8. Calcula la diferencia entre una estación de metro que está situada a 36 metros de profundidad y el quinto piso de una casa que está a 15 metros de altura.

9. Un banco de peces que está a 125 m bajo el nivel del mar, primero baja 347 m y luego sube 231 m. ¿A qué distancia del nivel del mar se encuentra ahora?

10. Calcula:

    a. $-7 \cdot [5 + (-3) \cdot 4] - 2 \cdot (18 : 6 - 5) =$
    b. $-5 + 5 \cdot (-2) - 18 : (-2 - 4) =$
    c. $-15 - 3 \cdot [16 : (2 - 4) + 5 \cdot 2] - 6 \cdot (-1 - 4) =$
    d. $20 - 4 \cdot [-6 - 2 \cdot (-4 + 6) : (2 + 3 \cdot (-2))] =$

11. Alba vive en un edificio de 12 plantas y dos plantas más para garaje en el sótano. Su madre aparca el coche en el 2º sótano y sube 8 plantas para llegar a casa.

    a. ¿En qué planta viven?
    b. Si Alba sale de casa, baja 4 pisos para ir a casa de su amiga y más tarde sube 9 pisos, ¿qué desplazamiento tendrá que hacer para llegar al coche?

12. Realiza las siguientes operaciones con números enteros:

1) (+5) + (–3) + (–6) + (–8) =

2) (–7) + (–4) + (+9) + (+2) =

3) (–7) + (+4) – (–5) – (+6) =

4) (+13) – (–12) – (–7) + (–3) =

5) (–4) + (–7) – (–8) – (+2) =

6) (–8) + (–6) – (+3) – (–1) =

7) 5 – (3 + 4) + 6 =

8) – 6 – (5 – 2) – 3 =

9) –3 + 4 – [3 – (8 – 2)] =

10) – (8 + 9) – [2 – 5 – (3 – 7)] =

11) 5 – 2 – [5 – (3 – 4) – 5] =

12) – [3 – (8 – 6) – (5 + 4)] =

13) – (8 – 4) – [3 – (4 – 6) – 2] =

14) 4 – 5 – [(8 – 7) – (5 + 1)] =

15) – (5 – 4) – (2 – 4) – [(14 – 6) – (7 – 8)] =

16) – [– (7 + 8) + (4 – 3)] – 2 =

17) 32 + [7 + (2 – 9)] =

18) – 32 + [– 6 + 7 – (11 + 5)] =

19) – (4 + 9 – 13) + 7 + [16 – 7+ (5 – 12)] =

20) 12 – [(–5 –7 +9) + 7] =

21) – 4 – 6 – (42 – 8) – 5+ [7 – (16 + 9)] =

22) – (16 – 9– 7) – [12 – (5 + 9 – 17)]=

23) (– 3) + [(– 5) – (– (– 3))] =

24) 25 – 12 – (5 + 3 – 7) + 8 – 4 =

25) $5-\left[(7-1):3+2\cdot(3-2+1)\right]=$ =

26) 3·4 – 15: [12 + 4 · (2 – 7) + 5] =

27) – 6 · (8 + 7)

28) 2 · (– 6+ 2) =

29) (– 8 – 6) · (–5) =

30) 2 · (–6)+ 4 · (–2)=

31) (–8) · 6 – 5 · 7 =

32) 7 · 3 – 8 · (– 2) =

33) –1 · 2 – (–3) · (–4) =

34) 12 – 7 · (–5) =

35) 7 – 3 · (–8) =

36) (– 3) · [12 – (– 4)] =

37) (– 5) · [+ (–2) – 3] =

38) [– 4 – (– 2 + 3)] · 5 =

39) 7 · (– 5) + 2 · 4 =

40) 7 · (–5 + 2 · 4) =

41) 3 · (– 4) + [(7 – 4 + 9) · (– 6)] =

42) 6 · (7 + 8) – (–5) ·2 – 7 + 4 =

43) (5 – 3) · 8 + 4 – 5 – (6 + 7) =

44) $2 \cdot (-3) + 10 - 13 - 8 - 2 \cdot (1 - 4) =$

45) $(-3 + 1) \cdot (4 - 3) - 12 \cdot (-3) =$

46) $8+3\cdot(-3+5)-(6-10):2+5=$ 47) $14-6:2+7-3\cdot4-28:(-4)=$

48) $4+36:4-50:\left[12-(-17+4)\right]=$

49) $-3 + 2 \cdot 4 - 6 : 3 + (-2) \cdot (-1) - 12 : (-4) =$

50) $6-\left[1+3\cdot(2+4:2)\right]-6:(-2)+1=$

13. La temperatura de un congelador desciende 3º C cada 6 minutos hasta llegar a –20 º C. Ponemos en marcha el congelador a las 11 de la mañana, cuando la temperatura es de 24º C. ¿A qué hora alcanzará la temperatura de -18º C?

14. Un buzo que hace trabajos en una obra submarina se encuentra en la plataforma base a 6 m sobre el nivel del mar y realiza los desplazamientos siguientes:

    a. Baja 20 metros para dejar material.
    b. Baja 12 metros más para hacer una soldadura.
    c. Sube 8 metros para reparar una tubería.
    d. Finalmente, vuelve a subir a la plataforma. ¿Cuántos metros ha subido en su último desplazamiento hasta la plataforma?

15. En un edificio hay tres sótanos, la planta baja y nueve plantas más. Un ascensor va desde el sótano -2 hasta la planta 8. ¿Cuántas plantas ha recorrido?

16. Un avión vuela a 3 500 metros de altura y un submarino está sumergido en el mar 40 metros. ¿Qué altura en metros los separa?

17. Alejandro Magno, uno de los más grandes generales de la historia, nació en 356 a.C. y murió en 323 a.C. ¿A qué edad murió? ¿Cuántos años hace de eso?

18. Un día de invierno amaneció a dos grados bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cinco de la tarde subió 3 grados más. Desde las cinco a medianoche bajó 5 grados, y de medianoche al alba, bajó 6 grados más. ¿A qué temperatura amaneció el segundo día?

Unidad 2: Potencia y raíz cuadrada.

Una **potencia** es la forma abreviada de escribir el producto de un número por sí mismo varias veces. El número que se multiplica se llama base y el número de veces que se multiplica se llama exponente.

EXPONENTE

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$$

BASE

Para **leer una potencia**, nombramos el número de la base y el número del exponente separados por la expresión "elevado a".

El número del exponente también se puede decir en forma de ordinal femenino.

Las **potencias de exponente 2** se llaman cuadrados perfectos y se leen nombrando el número de la base y a continuación la expresión "elevado al cuadrado".

Las **potencias de exponente 3** se leen nombrando el número de la base y a continuación la expresión "elevado al cubo".

5^2 se lee “cinco (elevado) al cuadrado”.

7^3 se lee “siete (elevado) al cubo”.

2^5 se lee “dos elevado a cinco” o bien “dos (elevado) a la quinta”.

13^4 se lee “trece elevado a cuatro” o bien “trece (elevado) a la cuarta”.

Una **potencia de base 10** es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indica el exponente.

$10^6 = 1000000$
$10^3 = 1000$

Cualquier número puede descomponerse como suma de potencias de 10 multiplicadas por las cifras de ese número (**descomposición polinómica de un número**)

$25 = 2 \cdot 10 + 5$

$7856 = 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$

Recuerda: ***EL VALOR DE CUALQUIER POTENCIA DE EXPONENTE 0 SIEMPRE ES 1.***

$10^0 = 1$ $3^0 = 1$ $(-7)^0 = 1$ $325^0 = 1$

POTENCIAS DE BASE ENTERA Y EXPONENTE NATURAL.

- Si la base es positiva, el resultado de la potencia siempre es positivo: $(+4)^3 = +64$
- Si la base es negativa, el signo del resultado de la potencia depende del exponente.
  - Si el exponente es par, el resultado de la potencia es positivo: $(-5)^2 = +25$
  - Si el exponente es impar, el resultado de la potencia es negativo: $(-2)^3 = -8$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS: Hay algunas propiedades de las potencias que resultan muy útiles para realizar operaciones con ellas:

Producto de potencias de la misma base.	Si multiplicamos dos o más potencias con la misma base, el resultado es otra potencia de igual base y exponente la suma de todos los exponentes. $a^m \cdot a^n = a^{n+m}$	$5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$
Cociente de potencias de la misma base.	Si dividimos dos potencias con la misma base, el resultado es otra potencia de igual base y exponente la resta de todos los exponentes. $a^m : a^n = a^{n-m}$	$2^6 : 2^2 = 2^{6-2} = 2^4$
Potencia de otra potencia.	Una potencia elevada a un exponente es igual a otra potencia de la misma base y exponente el producto de los exponentes. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(7^3)^5 = 7^{3 \cdot 5} = 7^{15}$

Producto de potencias de igual exponente.	Si multiplicamos dos o más potencias con el mismo exponente, el resultado es otra potencia de igual exponente y con base el producto de todas las base. $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$	$5^4 \cdot 2^4 = (5 \cdot 2)^4 = 10^4$
Cociente de potencias de igual exponente.	Si dividimos dos potencias con el mismo exponente, el resultado es otra potencia de igual exponente y cuya base es el cociente de ambas bases. $a^m : b^m = (a : b)^m$	$20^6 : 4^6 = (20 : 4)^6 = 5^6$

PARA SUMAR O RESTAR POTENCIAS NO HAY NINGUNA REGLA QUE SIMPLIFIQUE LA OPERACIÓN.

$$2^3 + 2^4 = 8 + 16 = 24$$

RAÍZ CUADRADA.

La **raíz** es la operación inversa a la potencia. Sólo veremos la **raíz cuadrada**, es decir, lo contrario de elevar al cuadrado. Su símbolo es: $\sqrt{}$

Por ejemplo: decimos que la raíz cuadrada de 25 es 5 porque $5^2 = 25$, y lo representamos:

$$\sqrt{25} = 5$$

En una raíz cuadrada distinguimos los siguientes elementos:

ÍNDICE

RAÍZ

$$\sqrt[2]{25} = 5$$

RADICAL

RADICANDO

CUANDO EL ÍNDICE ES 2 HABITUALMENTE NO SE ESCRIBE.

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES. Al igual que ocurría con las potencias, existen algunas propiedades que nos facilitan los cálculos con raíces:

Raíz de un producto.	La raíz de un producto es igual al producto de las raíces. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	$\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{100} = 10$
Raíz de un cociente.	La raíz de un cociente es igual al cociente de las raíces. $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$	$\sqrt{2500} : \sqrt{25} = \sqrt{(2500 : 25)} = \sqrt{100} = 10$

ACTIVIDADES

1. Calcula el valor de las siguientes potencias:

   a. $(-2)^5 =$
   b. $-3^2 =$
   c. $7^0 =$
   d. $(-4)^1 =$
   e. $7^2 =$
   f. $12^1 =$
   g. $(-5)^2 =$
   h. $(-4)^0 =$
   i. $-6^3 =$
   j. $(-1)^{17} =$
   k. $10^8 =$
   l. $-3^3 =$
   m. $(-3)^4 =$
   n. $(-6)^0 =$

2. Aplica las propiedades de las potencias para realizar las siguientes operaciones, obteniendo el resultado en forma de potencia:

   a. $(-7) \cdot (-7)^5 \cdot (-7)^2 =$
   b. $3^5 : 3^2 =$
   c. $2^6 : (2^8 : 2^5) =$
   d. $[(-3)^6]^2 =$
   e. $\left(7^4 \cdot 7^5\right) : 7^3 =$
   f. $\left[6^9 \cdot \left(6^2\right)^3\right] : \left(6^4 \cdot 6^2\right) =$
   g. $\left[\left(3^2\right)^5 : 3^4\right] : \left(3^5 \cdot 3^0\right) =$

3. Completa:

a. $(-3)^3 \cdot 9 \cdot \_\_\_\_ = (-3)^6$ b. $(7^3)^2 : \_\_\_\_ = 7$
c. $[(-2)^2]^3 \cdot (-2) = \_\_\_\_$ d. $25^4 : (5^3 \cdot \_\_\_\_) = 5^3$

4. Calcula:

a. $(-3)^4 - (-3)^3 + (-3) =$

b. $-3^2 - 2^2 - [(5-7)^2 \cdot 2 - 2^3 : 4]^2 =$

c. $-3^2 - [-(2^2 - 2 + 1) - (3+1)^0 - 2^2] =$

5. Calcula las siguientes raíces cuadradas, sin efectuar previamente las operaciones:

a. $\sqrt{169 \cdot 64} =$ b. $\sqrt{25600 : 64} =$
c. $\sqrt{625 : 25} =$ d. $\sqrt{189 \cdot 121} =$

6. Expresa en forma de potencia los siguientes productos:

a. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ e. $15 \cdot 15 =$
b. $12 \cdot 12 =$ f. $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$
c. $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 =$ g. $-7 \cdot 7 =$
d. $25 \cdot 25 \cdot 25 =$ h. $2 \cdot 4 \cdot 8 =$

7. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a. $3^4 =$ *b.* $(-2)^5 =$ *c.* $-4^2 =$ *d.* $(-3)^0 =$
e. $1^7 =$ f. $10^5 =$ g. $(-12)^1 =$ h. $4^3 =$
i. $(-10)^3 =$ j. $7^0 =$ k. $-3^3 =$ l. $(-7)^2 =$

8. Reduce y expresa el resultado en forma de una única potencia:

a. $2^4 \cdot 2^3 =$ *b.* $3^4 \cdot 3^6 =$ *c.* $6^3 : 6^4 =$ *d.* $(-3)^7 : (-3)^3 =$

e. $6^5 \cdot 6^4 \cdot 6 =$ f. $(-9)^{23} : (-9)^{12} =$ g. $(5^8)^9 =$

h. $(-2)^4 \cdot 7^4 =$ i. $18^8 : (-6)^8 =$

9. Completa los números que faltan:

a. $(-3)^5 \cdot (-3)^2 = (-3)^{----}$ b. $4^3 \cdot 4^{----} = 4^8$
c. $(4^3)^{----} = 4^{12}$ d. $(-5)^5 : (-5)^{----} = 25$
e. $[(-8)^3]^{----} = 1$

10. La raíz de un número es 324 y el resto es 16, ¿cuál es ese número?

11. Para una repoblación forestal en un terreno cuadrado, se dispone de 350 árboles disponiéndolos en igual número de filas que de columnas. ¿Cuántos árboles habrá en cada fila? ¿Cuántos árboles sobrarán?

12. Calcula:

a. $(3-5)^2 - \left(-3\cdot 2 - 3^2\right) - 2^3 =$

b. $(-2)^8 : (-2)^3 + 12 - 18 : 3 + (5 + 3^0) : (-2) =$

c. $7^2 + 5^4 : 5^2 - 5^0 \cdot 4^2 - 81 : 3^2 =$

d. $5^2 + \left(-3^2\right) + 2\cdot\left(-2+5^0\right)^3 - (-2)^2 =$

e. $9^2 + 12 : 3 - 10 + (3^2 - \sqrt{4} + 2\cdot 3) + \sqrt{81} =$

13. Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias y expresa el resultado en forma de potencia:

a. $\left(5^2\right)^3 \cdot 5^5 : \left(5^4\right)^2 =$

b. $\left(3^5\cdot 2^5\right) : \left(6\cdot 6^2\right) =$

c. $18^7 : \left[\left(18^3\right)^4 : 18^7\right] =$

d. $(-3)^5 \cdot \left[(-3)^2\right]^3 : \left(9^2\right)^2 =$

e. $\left(18^5 : 2^5\right) : \left(3\cdot 3^2\right) =$

f. $\left[(-7)^3\right]^9 : \left[(-7)^{15} : (-7)\right] =$

14. Calcula el valor de las siguientes raíces:

a. $\sqrt{81} =$

b. $\sqrt{49} =$

c. $\sqrt{64} =$

d. $\sqrt{1} =$

e. $\sqrt{225} =$

f. $\sqrt{121} =$

g. $\sqrt{625} =$

h. $\sqrt{169} =$

i. $\sqrt{256} =$

j. $\sqrt{400} =$

k. $\sqrt{250000} =$

15. Halla las raíces cuadradas de los siguientes números. ¿Cuáles son cuadrados perfectos? ¿Por qué?

a. 245
b. 400
c. 1225
d. 978
e. 21
f. 2489

16. Calcula las raíces de los siguientes productos y cocientes sin efectuarlos previamente.

a. $\sqrt{144:36} =$

b. $\sqrt{25\cdot 16} =$

c. $\sqrt{81\cdot 121} =$

d. $\sqrt{64:25} =$

17. Una pista deportiva de forma cuadrada tiene una superficie de 900 m^2. Un alumno da 15 vueltas alrededor de la pista. ¿Cuántos metros ha recorrido?

18. En clase de Educación Física, los 97 alumnos de 1º de E. S. O. han formado un cuadrado y han quedado alumnos sin colocar. ¿De cuántas filas y columnas será el cuadrado? ¿Cuántos alumnos han quedado sin colocar?

19. Coloca las raíces que faltan para que se cumplan estas igualdades:

a. $81 + 5^2 = 34$

b. $2 \cdot (144 + 4) = 28$

Unidad 3: Divisibilidad de números naturales.

MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO: Son los números que resultan de multiplicar dicho número por un número natural cualquiera. Decimos que un número es múltiplo de otro si le contiene un número entero de veces. Cualquier número tendrá infinitos múltiplos.

Por ejemplo, los múltiplos de 6 son: $\dot{6} = \{0, 6, 12, 18, 24...\}$

DIVISORES DE UN NÚMERO*:* Son los números por los que se puede dividir dicho número, resultando de cociente otro número natural y de resto 0.
Por ejemplo, 36 : 12 = 3, entonces, 36 es divisible por 12, o bien 12 es divisor de 36.

<u>Para calcular todos los divisores de un número:</u>

- Se divide el número por todos los números menores que él, ordenadamente, de menor a mayor.

- Cuando la división es exacta, se obtienen dos divisores.

- El proceso se termina cuando el cociente es menor o igual que el divisor.

Por ejemplo: Vamos a calcular todos los divisores del número 66.

66:1= 66   66:2= 33   66:3= 22   66:6= 11

Las divisiones anteriores son exactas. Luego: 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33 y 66 son los divisores de 66.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD*:* Son reglas prácticas sencillas que sirven para determinar si un número es divisible por otro sin realizar la división.

DIVISIBLE POR	CRITERIO DE DIVISIBILIDAD	EJEMPLOS
2	Acaba en 0 o cifra par.	24, 780, 3468.
3	La suma de sus cifras es múltiplo de 3.	111, 348, 981.
5	Acaba en 0 ó en 5.	230, 345, 7650.
7	Cuando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es múltiplo de 7.	84,105, 595.
9	Cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	981, 630, 117.
11	Cuando la diferencia entre la suma de las cifras de los lugares pares y la suma de las cifras de los lugares impares, en el sentido posible, es múltiplo de 11.	132, 165, 2750.

***NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS**:* **Números primos** son aquellos que sólo se pueden dividir de forma exacta por la unidad y por ellos mismos. **Números compuestos** son aquellos que tienen más de dos divisores. EL 1 NO ES PRIMO NI COMPUESTO, ya que su único divisor es él mismo. Por ejemplo: El número 17 sólo puede dividirse por 1 y por 17, es un número primo. El número 12 es divisible por 1, 2, 3, 4, 6 y 12, es un número compuesto.

***DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL DE UN NÚMERO**:* Podemos descomponer cualquier **número en factores primos (factorizar),** dividiendo entre sus distintos factores primos, comenzando por 2, siguiendo por 3, por 5,… hasta obtener uno en el cociente. De este modo podemos escribir cualquier número como un producto de factores primos o de potencias de números primos.

Ejemplo: Vamos a obtener la descomposición factorial de 60.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

***MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M. c. d.) DE VARIOS NÚMEROS**:* Es el mayor de sus divisores comunes. Si el máximo común divisor de dos números es 1, se dice que son **primos entre sí.** Para calcularlo:

- Factorizamos los números.
- Tomamos los factores comunes elevados al menor exponente.
- El M. c. d. es el producto de estos factores.

Por ejemplo: Vamos a calcular M. c. d. (24, 36, 40).

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$24 = \underline{2^3} \cdot 3$ $\qquad$ $36 = \boxed{2^2} \cdot 3^2$ $\qquad$ $24 = \underline{2^3} \cdot 5$

$$\text{M. c. d. } (24, 36, 40) = 2^2 = 4$$

***MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m. c. m.) DE VARIOS NÚMEROS**:* Es el menor de sus múltiplos comunes. Para calcularlo:

- Factorizamos los números.
- Tomamos los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.
- El m. c. m. es el producto de estos factores.

Por ejemplo: Vamos a calcular m. c. m. (24, 36, 40).

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$24 = 2^3 \cdot 3$ $\qquad$ $36 = 2^2 \cdot 3^2$ $\qquad$ $40 = 2^3 \cdot 5$

$$\text{m. c. m. } (24, 36, 40) = 2^3 \cdot \underline{3^2 \cdot 5} = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360$$

2 es el factor común 2^3 elevado al mayor exponente.

3 y 5 son los factores no comunes. 3^2 elevado al mayor exponente.

ACTIVIDADES

1. Calcula:

   a. Diez números que tengan como divisor el número 7.
   b. ¿Qué son los números que has escrito con respecto al 7?
   c. Cinco números de los cuales 98 sea un múltiplo.
   d. ¿Qué son los números que has escrito con respecto al 98?

2. Descomponer factorialmente los siguientes números:

   a. 330   b. 900   c. 2520

3. Calcular el **M.c.d**. y el **m.c.m**. de:

   a. 18, 24 y 36   b. 20 y 50   c. 260 y 80
   d. 450 y 360   e. 240 y 800   f. 110 y 440

4. Para señalizar el recorrido de una regata se ha colocado una boya cada 15 metros y una baliza cada 42 metros. ¿Cada cuántos metros coincidirán una boya y una baliza?

5. Un granjero ha recogido de sus gallinas 24 huevos morenos y 36 huevos blancos. Quiere envasarlos en envases con la mayor capacidad posible y con el mismo número de huevos (sin mezclar los blancos con los morenos). ¿Cuántos huevos debe poner en cada envase?

6. Decide cuáles de los siguientes números son primos y cuáles compuestos. Escribe cada uno de los compuestos como producto de dos factores.

   13 – 16 – 19 – 2001 – 2332 – 4141 – 33 – 91 – 87 – 45 – 6 – 237

7.
   a. Halla todos los múltiplos de 5 comprendidos entre 49 y 66.

   b. Halla todos los divisores de 24.

8. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando tu respuesta.

   a. 125 está contenido exactamente 8 veces en 1000.

   b. 36 es divisible entre 12.

   c. 25 es divisor de 5.

   d. Todos los múltiplos de 2 y 3 son también múltiplos de 5.

   e. 8 es múltiplo de 16

   f. 70 es múltiplo de 15.

9. Un alumno bosteza en clase cada 24 segundos, otro cada 30 segundos y un tercero (más atento) cada 48 segundos. Si en este momento los tres bostezan a la vez, ¿cuántos segundos tardarán en volver a realizarlo juntos?

10. Un tramo de escalera de más de 20 peldaños y menos de 30, se puede subir de dos en dos, de tres en tres y de cuatro en cuatro peldaños ¿Cuántos peldaños tiene ese tramo?

11. En un albergue coinciden tres grupos de excursión de 40, 56 y 72 personas cada grupo. El camarero quiere organizar el comedor de forma que en cada mesa haya igual número de comensales y se reúna el mayor número de personas posible sin mezclar los grupos. ¿Cuántos comensales sentará en cada mesa?

12. Una bandeja de bombones de forma cuadrada, tiene igual número de bombones en sus filas y columnas, si en total hay 324 ¿Cuántos bombones hay en cada fila?

13. De los siguientes números indica cuáles son primos y cuáles compuestos.

   17   53   15   81   49   27   57   111   23   186   47

14. Descompón en producto de dos factores:

   a. 675   b. 96

15. Descompón en factores primos:

   a. 42   b. 108   c. 180

16. ¿Qué números tienen las siguientes descomposiciones factoriales?

   a. $2^2 \cdot 5^2$ b. $3^2 \cdot 7$ c. $2 \cdot 5 \cdot 7^2$

17. Calcula:

   a. M. C. D (120, 252) =   b. m. c. m (12, 30, 45) =

18. En un árbol de Navidad hay bombillas rojas, verdes y amarillas. Las primeras se encienden cada 15 segundos, las segundas cada 18 y las terceras cada 10.

    a. ¿Cada cuántos segundos coinciden las tres bombillas encendidas?
    b. En una hora, ¿cuántas veces se encienden a la vez?

19. La clase de 1º A tiene 32 alumnos y la de 1º B tiene 36. Queremos distribuir a los alumnos en equipos del mismo número de participantes de manera que no falte ni sobre nadie y no se mezclen en el mismo equipo alumnos de clases distintas. ¿Cuántos alumnos, como máximo, podrán entrar en cada grupo?

20. María y Juan se turnan para visitar a sus abuelos. Ella va cada cuatro días y él cada seis. ¿Cuándo coinciden? ¿Cuántas visitas ha hecho cada uno cuando coinciden por primera vez?

21. Un viajante va a Sevilla cada 18 días, otro va a cada 15 días y un tercero va a Sevilla cada 8 días. El día 10 de Enero han coincidido en Sevilla los tres viajantes. ¿Cuándo será la próxima vez que vuelvan a coincidir?

22. Andrés tiene en su tienda los botones metidos en bolsas. En la caja A tiene bolsitas de 24 botones cada una y en la caja B tiene bolsitas de 20 botones. El número total de botones de la caja A es el mismo que el número total de botones de la caja B. ¿Cuántos botones hay, como mínimo, en cada caja?

23. Teresa tiene un reloj que da una señal cada 60 minutos, otro reloj que da una señal cada 150 minutos y un tercero que da una señal cada 360 minutos. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal.

    a. ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?
    b. ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

24. Tres aviones de línea regular salen del aeropuerto cada 3 días, cada 12 días y cada 18 días. ¿Cada cuántos días saldrán los tres aviones a la vez?

25. Queremos cubrir el suelo de una habitación rectangular de 82 dm de largo por 44 dm de anchura con baldosas cuadradas tan grandes como sea posible. Calcula el lado de cada baldosa y su superficie.

26. Un día que iba por la calle, José Luis se dedicó a contar todas las ruedas que veía. Al final contó 318 ruedas. Si no vio ningún camión ni vehículo grande, ni contó las de repuesto, ¿son todas de coche? ¿Por qué?

27. Dos líneas de autobuses urbanos coinciden en la misma parada a las 8 de la mañana. Si su frecuencia de paso es de 10 y 12 minutos respectivamente, ¿cada cuánto tiempo volverán a coincidir en la parada? ¿Cuántas veces lo harán entre las 8 y las 12 de la mañana?

28. Tres barras de hierro miden 810 mm, 72 cm y 6 dm. Queremos dividirlas en trozos de igual longitud y lo más grande posible. Calcula la longitud de cada trozo y el número de trozos que obtendremos de cada barra.

Unidad 4: Fracciones y decimales.

Una fracción es una expresión de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros, con b $\neq 0$.

Una fracción tiene dos términos: a, recibe el nombre de **NUMERADOR** y b, que recibe el nombre de **DENOMINADOR**.

Una misma fracción de <u>números naturales</u> puede tener diferentes significados:

1. Puede hacer referencia a una **parte de la unidad**: Por ejemplo $\frac{4}{7}$; el numerador, 4, indica el número de partes que se toman, mientras que el denominador, 7, indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.
2. Puede representar una **división:** Ejemplo: $\frac{2}{3}$= 2 : 3 = 0,6666…
3. Puede ser un **operador:** Ejemplo: $\frac{2}{3}$de 15 = $\frac{2\cdot 15}{3}=\frac{30}{3}=10$

Una <u>fracción es menor que la unidad</u> (y, por tanto, vale menos de 1) cuando el numerador es menor que el denominador. Por ejemplo: $\frac{3}{7}$. <u>Una fracción es mayor que la unidad</u> (y, por tanto, vale más de 1) cuando el numerador es mayor que el denominador. Por ejemplo: $\frac{7}{3}$.

<u>Fracciones con números enteros:</u>

Observa:

$$\frac{+12}{+6}=(+12):(+6)=+2\Rightarrow\frac{+12}{+6}=\frac{12}{6}\qquad\frac{-12}{-6}=(-12):(-6)=+2\Rightarrow\frac{-12}{-6}=\frac{12}{6}$$

$$\frac{+12}{-6}=(+12):(-6)=-2\Rightarrow\frac{+12}{-6}=-\frac{12}{6}\qquad\frac{-12}{+6}=(-12):(+6)=-2\Rightarrow\frac{-12}{+6}=-\frac{12}{6}$$

Toda fracción de **números enteros** se puede escribir como una fracción de **números naturales** que será **positiva** si el numerador y el denominador son iguales y **negativa** si tienen distinto signo.

Fracciones equivalentes:

Dos **fracciones** son **equivalentes** cuando tienen el mismo valor numérico. Todas las fracciones equivalentes cumplen la propiedad de que sus productos cruzados son iguales:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$$

Por ejemplo: $\frac{-45}{+9}=-5$; $\frac{+15}{-3}=-5\rightarrow\left.\begin{cases}(-45)\cdot(-3)=+135\\(+9)\cdot(+15)=135\end{cases}\right\}\Rightarrow\frac{-45}{+9}=\frac{+15}{-3}$

Podemos conseguir fracciones equivalentes de dos formas:

- Por **amplificación**: Se multiplican el numerador y el denominador por el mismo número. Por ejemplo: $\frac{-2}{3}=\frac{-10}{15}$
- Por **simplificación:** Se dividen el numerador y el denominador por el mismo número. Por ejemplo: $\frac{30}{45}=\frac{2}{3}$

Cuando una fracción ya no se puede simplificar más se llama **fracción irreducible.**

Ordenación de fracciones:

Caso 1º Si tienen el mismo denominador: Es mayor el que tengan el numerador mayor.

Ejemplo: $\frac{2}{6};\frac{5}{6};\frac{4}{6}\rightarrow\frac{5}{6}>\frac{4}{6}>\frac{2}{6}$

Caso 2º Si tienen el mismo numerador: Es mayor el que tenga el denominador menor.

Ejemplo: $\frac{1}{6};\frac{1}{10};\frac{1}{3}\rightarrow\frac{1}{3}>\frac{1}{6}>\frac{1}{10}$

Caso 3º Si tienen distintos numerador y distintos denominadores: Se cambian dichas fracciones por otras que sean equivalentes y que tengan el mismo denominador. (Estaremos en el caso 1º)

Ejemplo: Ordenar $\frac{2}{3},\frac{4}{5},\frac{3}{10}$ y $\frac{2}{6}$.

Paso I: Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores. m. c. m. (3,5,10,6) = 60

Paso II: Se divide el m. c. m. por cada uno de los denominadores.

Paso III: Cada número obtenido se multiplica por el numerador de la correspondiente fracción.

$$\frac{2}{3}=\frac{(60:3)\cdot 2}{60}=\frac{20\cdot 2}{60}=\frac{40}{60}\rightarrow\frac{2}{3}=\frac{40}{60}$$

$$\frac{4}{5}=\frac{(60:5)\cdot 4}{60}=\frac{12\cdot 4}{60}=\frac{48}{60}\rightarrow\frac{4}{5}=\frac{48}{60}$$

$$\frac{3}{10}=\frac{(60:10)\cdot 3}{60}=\frac{6\cdot 3}{60}=\frac{18}{60}\rightarrow\frac{3}{10}=\frac{18}{60}$$

$$\frac{2}{6}=\frac{(60:6)\cdot 2}{60}=\frac{10\cdot 2}{60}=\frac{20}{60}\rightarrow\frac{2}{6}=\frac{20}{60}$$

Ya podemos compararlas: $\frac{3}{10}<\frac{2}{6}<\frac{2}{3}<\frac{4}{5}$

OPERACIONES CON FRACCIONES

SUMAS Y RESTAS DE FRACCIONES

◦ Para sumar o restar fracciones con el **mismo denominador,** se suman o se restan los numeradores, dejando el mismo denominador. Ejemplo:

$$\frac{3}{12}+\frac{7}{12}-\frac{4}{12}=\frac{3+7-4}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

◦ Para sumar o restar fracciones con **distinto denominador,** se reducen a común denominador y después se suman o se restan los numeradores dejando el nuevo denominador. Ejemplo:

$$\frac{7}{10}-\frac{5}{12}+\frac{3}{5}=\frac{6\cdot 7}{60}-\frac{5\cdot 5}{60}+\frac{12\cdot 3}{60}=\frac{42}{60}-\frac{25}{60}+\frac{36}{60}=\frac{53}{60}$$

m. c. m. (10,12,5) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$
60 : 10 = 6
60 : 12 = 5
60 : 5 = 12

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

◦ Para multiplicar varias fracciones, se **multiplican los numeradores entre sí** y el resultado se pone como **numerador**. Después se **multiplican los denominadores entre sí** y se pone el resultado como **denominador.**

Ejemplo: $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 2}{4\cdot 5}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

◦ Dos fracciones son **inversas entre sí,** cuando al multiplicarlas da **1.**

Ejemplo: $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{3}=\frac{15}{15}=1\Rightarrow\frac{3}{5}$ *y* $\frac{5}{3}$ *son inversas.*

◦ Para **dividir dos fracciones** se multiplica la primera por la inversa de la segunda.

Ejemplo: $\frac{4}{5}:\frac{2}{3}=\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$

POTENCIACIÓN.

Si a y b son dos números enteros, con b$\neq$0, y n, m son números naturales, se cumple.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \qquad \left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

RAÍZ CUADRADA.

Si a, b, c y d son números enteros, con b$\neq$0, y n es un número natural, se cumple.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \qquad \left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^n = \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \sqrt{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{\sqrt{a^n}}{\sqrt{b^n}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{c}{d}\right)} = \sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{c}{d}} \qquad \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right):\left(\frac{c}{d}\right)} = \sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt{\frac{c}{d}}$$

Ejemplos:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125} \qquad \left(\frac{-5}{36}\right)^0 = 1 \qquad 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{4}{6}\right)^{-3} = \left(\frac{6}{4}\right)^3 = \frac{6^3}{4^3} = \frac{216}{64} = \frac{27}{8} \qquad \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3\cdot(-2)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = 2^6 = 64$$

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{4}\right) = \left(\frac{-3}{4}\right)^{2+1} = \left(\frac{-3}{4}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{4^3} = \frac{-27}{64} \qquad \sqrt{\frac{121}{289}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{289}} = \frac{11}{17}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^6 : \left(\frac{1}{8}\right)^4 = \left(\frac{1}{8}\right)^{6-4} = \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64} \qquad \sqrt{\left(\frac{4}{25}\right)\cdot\left(\frac{36}{81}\right)} = \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \sqrt{\frac{36}{81}} = \frac{2}{5}\cdot\frac{6}{9} = \frac{12}{45} = \frac{4}{15}$$

$$\left(\sqrt{\frac{100}{49}}\right)^3 = \sqrt{\left(\frac{100}{49}\right)^3} = \sqrt{\frac{100^3}{49^3}} = \frac{\sqrt{100^3}}{\sqrt{49^3}} = \frac{10^3}{7^3} = \frac{1000}{343}$$

$$\sqrt{\left(\frac{144}{169}\right):\left(\frac{4}{25}\right)} = \sqrt{\frac{144}{169}} : \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{12}{13} : \frac{2}{5} = \frac{60}{26} = \frac{30}{13}$$

APROXIMACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES: TRUNCAMIENTO Y REDONDEO.

Para trabajar con números decimales infinitos o números decimales largos, se les aproximan a otros números mediante el truncamiento o el redondeo.

TRUNCAR un número significa suprimir todas las cifras que haya a partir de una determinada.

REDONDEAR un número es conseguir la mejor aproximación con otro que tenga una cantidad determinada de cifras decimales, y depende de la cifra situada a la derecha de la última no suprimida. Si la primera cifra que suprimimos es mayor o igual que 5, entonces, la cifra anterior se aumenta una unidad, es decir, se redondea por exceso. En caso contrario, si la primera cifra eliminada es menos que 5, la cifra anterior se deja como está, es decir, se redondea por defecto.

Por ejemplo:

Número	Aproximación	Truncamiento	Redondeo
2,33375689...	milésimas	2,333	2,334
5,67587654...	milésimas	5,675	2,676
0,01192453....	diezmilésimas	0,0119	0,0119

ACTIVIDADES

1. Ayudándote de un dibujo (cuadrado, rectángulo, círculo, polígono regular...), representa las siguientes fracciones:

$$a.\ \frac{5}{5} \qquad b.\ \frac{3}{4} \qquad c.\ \frac{8}{3}$$

2. Añade el término desconocido en las siguientes igualdades:

$$a.\ \frac{3}{13}=\frac{[\ ]}{169} \qquad b.\ \frac{[\ ]}{36}=\frac{-2}{9} \qquad c.\ \frac{7}{5}=\frac{[\ ]}{40}$$

3. Obtén la fracción equivalente irreducible de cada una de las siguientes fracciones:

$$a.\ \frac{144}{96} \qquad b.\ \frac{20}{21} \qquad c.\ \frac{243}{432} \qquad e.\ \frac{75}{105}$$

4. Amador heredó 14000 € a la muerte de su padre, lo que supone $\frac{5}{8}$ de su fortuna. ¿A cuánto asciende ésta?

5. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro necesita un bodeguero para envasar 600 litros de vino?

6. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado como una fracción irreducible:

   a. $\left(\frac{9}{2}-\frac{5}{4}\right)+\frac{7}{2}-\left(\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\right)=$
   b. $1+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{5}{6}\right)-3:\frac{1}{2}=$

   c. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+\frac{1}{30}\right)$
   d. $3\cdot\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}\right):2=$

   e. $\left[\left(\frac{1}{3}+3\right):\left(2-\frac{1}{4}\right)\right]:3=$
   f. $10+2\cdot\left(1-\frac{1}{10}\right):\left[\left(1+\frac{1}{4}\right):\left(3-\frac{1}{3}\right)\right]=$

7. Un amigo le dice a otro: “los $\frac{3}{8}$ del camino al instituto los hago andando”. El otro responde: “eso no es nada; yo recorro a pie los $\frac{7}{5}$ del trayecto” ¿Tienen sentido estas frases? Justifica tu respuesta.

8. Un explorador ha dado la vuelta al mundo, recorriendo 42000 Km. Empleó el avión en los $\frac{3}{5}$ de su viaje, el tren en $\frac{1}{20}$ de su recorrido, el barco en $\frac{1}{5}$ y el automóvil en el resto. ¿Cuántos kilómetros viajó en automóvil? ¿Qué fracción representa del total?

9. Calcula las siguientes potencias:

   a. 2^3 *b.* 3^{-3} *c.* $(-2)^3$ *d.* $(-2)^{-3}$ *e.* $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

   f. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$ *g.* $\left(\frac{6}{7}\right)^0$ *h.* $\left(\frac{-2}{7}\right)^{-2}$ *i.* $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}$ *j.* $(-2)^{-4}$

10. Expresa el resultado de las siguientes operaciones en forma de una sola potencia:

   a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)$ *b.* $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^3:\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]\cdot\frac{1}{3}$ *c.* $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^5$ *d.* $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2$

   e. $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-5}$ *f.* $\left(2-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2$ *g.* $\left(\frac{3}{7}\right)^4:\left(\frac{3}{7}\right)^6\cdot\left(\frac{3}{7}\right)^{-7}$ *h.* $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3:\left(\frac{2}{3}\right)^6\right]^{-2}$

11. María, Javier y Carlos se comen cada uno un bocadillo de tortilla durante el recreo. El bocadillo de María tiene dos trozos de $\frac{1}{5}$ de tortilla; el de Carlos un trozo de $\frac{1}{3}$ de tortilla y el de Javier un trozo de $\frac{3}{8}$ ¿Qué bocadillo tiene el trozo de tortilla más grande?

12. En una fiesta había tres botellas de refresco. La primera botella se repartió en diez vasos, la segunda en ocho y la tercera en cinco. Si Juan tomó dos vasos de la primera botella, uno de la segunda y otro de la tercera, ¿cuánto refresco tomó? Expresar el resultado en forma de fracción (de botella).

13. Tres socios invierten dinero en un negocio. El primero aporta $\frac{1}{3}$ del capital, el segundo $\frac{2}{5}$ y el tercero el resto. Al cabo de un año se reparten 3000 € de beneficios. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

14. En un puesto de frutas y verduras los $\frac{5}{6}$ del importe de las ventas de un día corresponden a frutas. De la recaudación por venta de fruta, los $\frac{3}{8}$ corresponden a naranjas. Si se han ingresado 85 € por la venta de naranjas, ¿cuánto ha sido la recaudación total del día?

15. De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie y después los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. En los 3200 m^2 restantes se construyó un parque. ¿Cuál era la superficie del solar?

16. Se ha llenado hasta la mitad un bidón de aceite, después se han sacado los $\frac{3}{5}$ de su contenido. Si aún quedan 6 litros, ¿Cuál es la capacidad del bidón?

17. Se adquieren 10 Kg. de ciruelas para hacer mermelada. Al deshuesarlas, se reduce en $\frac{1}{5}$ su peso. Lo que queda se cuece con una cantidad igual de azúcar, perdiéndose en la cocción $\frac{1}{4}$ de su peso. ¿Cuántos kilogramos de mermelada se obtienen?

18. Responde a las siguientes cuestiones:

    a. Halla la expresión decimal de $\frac{3}{8}$.

    b. Encuentra el término que falta: $\frac{17}{18} = \frac{34}{[\ ]}$.

    c. Halla un número sabiendo que sus $\frac{5}{7}$ son 25.

    d. ¿Cuál de las fracciones siguientes: $\frac{-1}{-3}, \frac{2}{6}, \frac{-3}{9}, \frac{-4}{-12}, \frac{5}{15}$, no es equivalente a las demás?

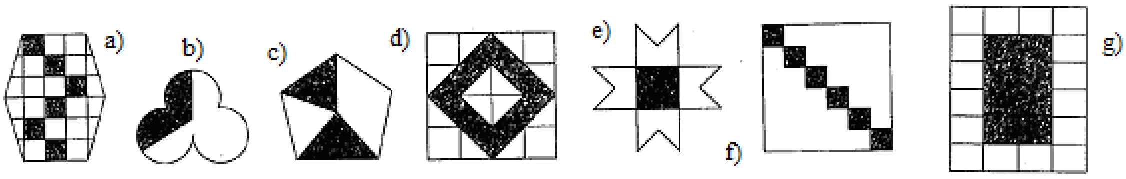
    e. La fracción de hora que representan 8 minutos es:

19. Ordena de forma decreciente las siguientes fracciones: $\frac{-5}{2}, \frac{3}{4}, 4, \frac{1}{9}, \frac{-1}{7}, \frac{8}{5}, -2$

20. Una familia gasta $\frac{1}{15}$ de su sueldo en el alquiler del piso, $\frac{1}{60}$ de su sueldo en teléfono y electricidad y $\frac{1}{8}$ de su sueldo en transporte y ropa.

   a. ¿Qué fracción del sueldo se gasta la familia en alquiler, teléfono, electricidad, transporte y ropa?
   b. ¿Qué fracción del sueldo le queda para comer y para el ahorro que hace?
   c. ¿Cómo se distribuyen sus gastos si la familia tiene unos ingresos mensuales de 1200 €?

21. Escribe una fracción que represente la parte rayada en relación con el total, de cada una de las siguientes figuras:



22. Obtén la fracción irreducible equivalente a las siguientes fracciones:

   $a.\ \frac{320}{1600}$ $\qquad b.\ \frac{-56}{72}$ $\qquad c.\ \frac{125}{60}$ $\qquad d.\ -\frac{54}{81}$ $\qquad e.\ \frac{175}{180}$

23. Calcula:

   $a.\ (-2)^6 \qquad b.\ -2^6 \qquad c.\ (-2)^3 \qquad d.\ (-2)^0 \qquad e.\ 3^{-3} \qquad f.\ (-2)^{-5}$

   $g.\ \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \qquad h.\ \left(\frac{-2}{7}\right)^{-2} \qquad i.\ \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-2}$

24. Calcula:

   $a.\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \qquad b.\ \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \qquad c.\ \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

   $d.\ \left(\frac{1}{3}\right)^5 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \qquad e.\ \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^2 = \qquad f.\ \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{4}{5} =$

25. Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

   $a.\ \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \qquad b.\ \left(\frac{3}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

26. Un jugador pierde la cuarta parte del dinero que lleva y más tarde la mitad de lo que le queda. Suponiendo que se retira del juego, después de estas pérdidas, con 300€, ¿cuánto tenía al principio?

27. Calcula las siguientes potencias:

a. $\left(\frac{4}{3}\right)^2 =$ b. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$ c. $1^{-12} =$

d. $5^{-2} \cdot 5^3 =$ e. $7^{-2} \cdot 7^{-6} =$ f. $10^{21} \cdot 10^5 =$

g. $7^{-2} : 7^3 =$ h. $9^0 : 9^3 =$ i. $6^{-2} : 6^{-5} =$

j. $\left(7^{-2}\right)^3 =$ k. $\left(6^{-2}\right)^{-5} =$ l. $\left(9^0\right)^3 =$

28. Borja gastó el sábado la mitad del dinero que le dio su padre para toda la semana. El domingo gastó la tercera parte de lo que le quedaba. Y ya sólo le queda lo justo para el autobús que tiene que coger los restantes días de la semana para ir al instituto (1,30 euros el billete de ida y vuelta). ¿Cuánto dinero le dio esta semana su padre?

29. Calcula, simplificando lo resultados cuando sea posible:

a. $\frac{6}{7}$ de 945= b. $\frac{2}{5}$ de 325 =

c. $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} - \frac{3}{7} =$ d. $\frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{5} =$

e. $12 : \frac{2}{7} : \frac{4}{5} =$ f. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \left(\frac{6}{5} - \frac{2}{7}\right) =$

g. $\frac{2}{7} - 3 \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{9}\right) + 16 =$ h. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} : \frac{4}{7} - 2 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4}\right) =$

i. $\left(\frac{2}{4} + 6 - \frac{5}{3}\right) : \left(1 + \frac{4}{5}\right) =$ j. $\frac{7}{10} + 3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{4}\right) =$

k. $\frac{2}{5} : \left[\frac{3}{5} - 2 \cdot \left(1 - \frac{9}{10}\right)\right] =$ l. $5 - \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{3}{2} - \frac{7}{5} : 3 =$

30. Calcula:

a. $\left(\frac{4}{5}\right)^2 =$ b. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 =$ c. $\left(\frac{-2}{5}\right)^{-2} =$

d. $\left(\frac{7}{12}\right)^0 =$ e. $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} =$ f. $\left(\frac{5}{7}\right)^{-1} =$

g. $\sqrt{\frac{9}{49}} =$ h. $\sqrt{\frac{27}{75}} =$ i. $\sqrt{\frac{144}{121}} =$

j. $\sqrt{\frac{24}{54}} =$ k. $\sqrt{\frac{72}{100}} =$ l. $\sqrt{\frac{3^2}{5^2}} =$

31. Redondea y trunca las siguientes cantidades a la posición decimal que se indica:

a. 0,2355874112 (cienmilésimas)

b. 12,458877 (milésimas)

c. 7,55699821 (centésimas)

d. 5,441227889 (diezmilésimas)

e. 1,49922 (milésimas)

f. 0,494949 (centésimas)

32. Escribe mediante redondeo una aproximación de cada uno de los siguientes decimales.

Decimal	**2,3458**	**85,5758**	**0,008**	**855,93**	**0,1005**
Aproximación a las centésimas					
Aproximación a las décimas					
Aproximación a las unidades					

33. ¿Cuántas grapas de 2,3 cm de largo se pueden fabricar con un alambre de 200 metros, sabiendo que hay una pérdida de 2 mm de alambre por cada grapa que se fabrica?

34. Una amiga me pidió que le pasase un trabajo a ordenador. El primer día pasé $\frac{1}{4}$ del total del trabajo, el segundo $\frac{1}{3}$ de lo restante; el tercero $\frac{1}{6}$ de lo que faltaba y el cuarto lo concluí, pasando los 30 folios que quedaban. ¿Puedes averiguar cuántos folios tenía el trabajo?

ÍNDICE