PARA EMPEZAR

1 **Se consideran las probabilidades $P_1 = 0{,}167$; $P_2 = 0{,}028$ y $P_3 = 0{,}028$ y los sucesos:**

Sacar, como suma, dos puntos al lanzar dos dados.

Sacar, como suma, siete puntos al lanzar dos dados.

Sacar, como suma, doce puntos al lanzar dos dados.

Asocia cada suceso con una probabilidad.

El primer y tercer suceso son equiprobables. Su probabilidad es $P_2 = P_3 = 0{,}028$.

Es más probable el segundo suceso que los dos anteriores. Su probabilidad es $P_1 = 0{,}167$.

2 **Indica la probabilidad de los siguientes sucesos.**

Sacar un múltiplo de 8 al lanzar un dado.

Sacar diferente número de caras y de cruces al lanzar tres monedas al aire.

Obtener un número par como producto de las puntuaciones que resultan al lanzar un dado dos veces, y conseguir un 4 en la primera y cualquier número en la segunda.

El primer suceso es imposible. Su probabilidad es 0.

El segundo suceso es seguro. Su probabilidad es 1.

El tercer suceso es seguro. Su probabilidad es 1.

3 **Razona si los siguientes sucesos son equiprobables o no.**

a) Al lanzar dos dados, obtener como suma de sus caras superiores 8 y 4 puntos.

b) Al lanzar una moneda, obtener una cara y una cruz.

a) No son equiprobables. Es mucho más fácil obtener 8 puntos que 4 ya que hay muchas más posibilidades.

b) Sí son equiprobables, siempre y cuando la moneda no esté trucada.

4 **En una plantación hay 10 000 tulipanes rojos y amarillos. Si escogemos uno al azar, la probabilidad de que sea amarillo es del 25%. Calcula el número de tulipanes de cada color que hay en la plantación.**

$P(\text{tulipán amarillo}) = \frac{25}{100}$, luego el número de tulipanes amarillos es de $0{,}25 \cdot 10\,000 = 2500$. Y el número de tulipanes rojos será $10\,000 - 2500 = 7500$.

Sucesos. Operaciones con sucesos

PARA PRACTICAR

Ejercicio resuelto

17.1 Se considera el experimento aleatorio que consiste en lanzar dos dados diferentes al aire y observar las puntuaciones obtenidas. Escribe el espacio muestral. ¿Se trata de un espacio muestral de sucesos equiprobables?

Con la ayuda de las técnicas de recuento, se puede calcular el número de resultados diferentes que se pueden dar:

$VR_{6,\,2} = 6^2 = 36$

$$E = \begin{Bmatrix} (1\ 1) & (1\ 2) & (1\ 3) & (1\ 4) & (1\ 5) & (1\ 6) \\ (2\ 1) & (2\ 2) & (2\ 3) & (2\ 4) & (2\ 5) & (2\ 6) \\ (3\ 1) & (3\ 2) & (3\ 3) & (3\ 4) & (3\ 5) & (3\ 6) \\ (4\ 1) & (4\ 2) & (4\ 3) & (4\ 4) & (4\ 5) & (4\ 6) \\ (5\ 1) & (5\ 2) & (5\ 3) & (5\ 4) & (5\ 5) & (5\ 6) \\ (6\ 1) & (6\ 2) & (6\ 3) & (6\ 4) & (6\ 5) & (6\ 6) \end{Bmatrix}$$

Cada elemento del espacio muestral está formado por las puntuaciones obtenidas en un dado y en el otro.

Por tanto, todos estos elementos son equiprobables.

17.2 Escribe los espacios muestrales correspondientes a los siguientes experimentos aleatorios.

a) Lanzar dos monedas al aire.

b) Lanzar tres monedas al aire.

a) $E = \{CC\ ,\ CX\ ,\ XC\ ,\ XX\}$

b) $E = \{CCC\ ,\ CCX\ ,\ CXC\ ,\ XCC\ ,\ CXX\ ,\ XCX\ ,\ XXC\ ,\ XXX\}$

17.3 Escribe el número de resultados diferentes que forman el espacio muestral para cada uno de los siguientes experimentos aleatorios.

a) Lanzar cuatro monedas al aire.

b) Lanzar tres dados sobre la mesa.

c) Sacar, de una vez, dos bolas de una bolsa que contiene 10 bolas.

a) $VR_{2,\,4} = 2^4 = 16$ resultados diferentes.

b) $VR_{6,\,3} = 6^3 = 216$ resultados diferentes.

c) $C_{10,\,2} = \binom{10}{2} = 45$ resultados diferentes.

17.4 Una bolsa contiene dos bolas blancas y una negra. Se extraen dos bolas en las siguientes condiciones.

a) Con reemplazamiento, es decir, antes de sacar la segunda bola, se devuelve la primera a la bolsa.

b) Sin reemplazamiento, es decir, se saca una bola y, sin devolverla a la bolsa, se extrae una segunda bola.

c) Las dos bolas se extraen a la vez.

Escribe el espacio muestral en cada caso y, también, los resultados que corresponden a los siguientes sucesos.

A = las dos bolas son blancas
B = las dos bolas son del mismo color
C = hay más de dos bolas blancas

a) Con reemplazamiento: $E = \{B_1B_2\ ,\ B_2B_1\ ,\ B_1N\ ,\ NB_1\ ,\ B_2N\ ,\ NB_2\ ,\ B_1B_1\ ,\ B_2B_2\ ,\ NN\}$

$A = \{B_1B_2\ ,\ B_2B_1\ ,\ B_1B_1\ ,\ B_2B_2\}$ $\quad B = \{B_1B_1\ ,\ B_2B_2\ ,\ B_1B_2\ ,\ B_2B_1\ ,\ NN\}$ $\quad C = \emptyset$

b) Sin reemplazamiento: $E = \{B_1B_2\ ,\ B_2B_1\ ,\ B_1N\ ,\ NB_1\ ,\ B_2N\ ,\ NB_2\}$

$A = \{B_1B_2\ ,\ B_2B_1\}$ $\quad B = \{B_1B_2\ ,\ B_2B_1\}$ $\quad C = \emptyset$

c) A la vez: $E = \{B_1B_2\ ,\ B_1N\ ,\ B_2N\}$

$A = \{B_1B_2\}$ $\quad B = \{B_1B_2\}$ $\quad C = \emptyset$

17.5 **Se lanzan dos dados al aire, uno rojo y otro blanco, y se observan las puntuaciones que se obtienen en cada uno de ellos.**

Escribe los resultados que corresponden a cada uno de los siguientes sucesos.

a) ***A = obtener un 2 en el dado rojo y un 4 en el blanco***

b) ***B = obtener como suma 7 puntos***

c) ***C = obtener puntuaciones iguales***

$A = \{(2 \quad 4)\}$

$B = \{(1 \quad 6)\ ,\ (2 \quad 5)\ ,\ (3 \quad 4)\ ,\ (4 \quad 3)\ ,\ (5 \quad 2)\ ,\ (6 \quad 1)\}$

$C = \{(1 \quad 1)\ ,\ (2 \quad 2)\ ,\ (3 \quad 3)\ ,\ (4 \quad 4)\ ,\ (5 \quad 5)\ ,\ (6 \quad 6)\}$

PARA APLICAR

Problema resuelto

17.6 **Se considera el experimento aleatorio de lanzar tres monedas al aire y observar los resultados.**

a) Escribe los sucesos elementales que corresponden a los siguientes sucesos.

A = obtener dos caras y una cruz

B = obtener tres caras

D = obtener al menos una cara

E = obtener más cruces que caras

b) Utilizando el apartado anterior y las operaciones con sucesos, escribe los sucesos elementales de:

F = obtener menos de una cara

G = obtener o bien dos caras y una cruz o bien tres caras

H = obtener al menos una cara y obtener más cruces que caras

a) $A = \{CCX, CXC, XCC\}$ $B = \{CCC\}$ $D = \{CXX, XCX, XXC, CCX, CXC, XCC, CCC\}$ $E = \{XXC, XCX, CXX, XXX\}$

b) $F = \overline{D} = \{XXX\}$ $G = A \cup B = \{CCX, CXC, XCC, CCC\}$ $H = D \cap E = \{XXC, XCX, CXX\}$

17.7 **Una bolsa contiene dos bolas blancas y tres negras. Se extraen, de una sola vez, dos de las bolas.**

a) Escribe el espacio muestral de este experimento aleatorio.

b) Si se consideran los sucesos:

S = obtener dos bolas de igual color

T = obtener al menos una bola blanca

Escribe los sucesos:

$$S \cup T \qquad S \cap T \qquad \overline{S} \qquad \overline{T} \qquad \overline{S} \cap T$$

¿Son *S* y *T* compatibles?

$U = \{B_1\ ,\ B_2\ ,\ N_1\ ,\ N_2\ ,\ N_3\}$

a) $E = \{B_1B_2\ ,\ B_1N_1\ ,\ B_1N_2\ ,\ B_1N_3\ ,\ B_2N_1\ ,\ B_2N_2\ ,\ B_2N_3\ ,\ N_1N_2\ ,\ N_1N_3\ ,\ N_2N_3\}$

b) $S \cup T = E$ $S \cap T = \{B_1B_2\}$

$\overline{S} = \{B_1N_1\ ,\ B_1N_2\ ,\ B_1N_3\ ,\ B_2N_1\ ,\ B_2N_2\ ,\ B_2N_3\}$ $\overline{T} = \{N_1N_2\ ,\ N_1N_3\ ,\ N_2N_3\}$

$\overline{S} \cap T = \{B_1N_1\ ,\ B_1N_2\ ,\ B_1N_3\ ,\ B_2N_1\ ,\ B_2N_2\ ,\ B_2N_3\}$

Si se extraen las dos bolas blancas se cumple tanto *S* como *T*. Por tanto, *S* y *T* son compatibles.

17.8 **En una comisión de un congreso sobre temas internacionales se reúnen tres personas que hablan solo inglés con otras dos que hablan solo francés. Se eligen, por sorteo, dos de las personas para que coordinen los debates.**

Escribe los sucesos correspondientes en cada uno de los siguientes casos indicando si utilizas alguna de las operaciones de sucesos.

a) Las dos personas elegidas hablan la misma lengua.

b) Las dos personas elegidas hablan diferente lengua.

c) Al menos una de las dos personas elegidas habla francés.

d) Al menos una de las personas elegidas no habla francés.

$u = \{I_1, I_2, I_3, F_1, F_2\}$

a) Las dos personas hablan la misma lengua: $M = \{I_1I_2\ ,\ I_1I_3\ ,\ I_2I_3\ ,\ F_1F_2\}$.

b) Las dos personas hablan diferente lengua: $D = \overline{M} = \{I_1F_1\ ,\ I_1F_2\ ,\ I_2F_1\ ,\ I_2F_2\ ,\ I_3F_2\ ,\ I_3F_3\}$.

c) Al menos una de las dos personas habla francés: $C = \{I_1F_1\ ,\ I_1F_2\ ,\ I_2F_1\ ,\ I_2F_2\ ,\ I_3F_1\ ,\ I_3F_2\ ,\ F_1F_2\}$.

d) Al menos una no habla francés: $\{I_1I_2\ ,\ I_1I_3\ ,\ I_2I_3\ ,\ I_1F_1\ ,\ I_1F_2\ ,\ I_2F_1\ ,\ I_2F_2\ ,\ I_3F_1\ ,\ I_3F_2\}$

Probabilidad. Propiedades

PARA PRACTICAR

Ejercicio resuelto

17.9 **Se eligen dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de que ambas sean de oros si la elección se ha realizado:**

a) Con reemplazamiento.

b) Sin reemplazamiento.

$$P(OO) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

a) En el caso de extracción con reemplazamiento, interesa el orden y puede haber repetición. Para realizar el cálculo se pueden utilizar variaciones con repetición:

$$P(OO) = \frac{VR_{10,\,2}}{VR_{40,\,2}} = \frac{10^2}{40^2} = 0{,}0625$$

b) Cuando la extracción es sin reemplazamiento, el experimento es equivalente al de sacar las dos cartas de una vez. No interesa el orden y no puede haber repetición. Para calcular la probabilidad, en este caso se utilizan las combinaciones:

$$P(OO) = \frac{C_{10,\,2}}{C_{40,\,2}} = \frac{45}{780} = 0{,}0577$$

17.10 **Se tiene una bolsa con ocho bolas negras y dos blancas. Se extraen dos bolas de una vez.**

Calcula la probabilidad de que sean del mismo color.

$$\left.\begin{array}{l} P(NN) = \dfrac{C_{8,\,2}}{C_{10,\,2}} = \dfrac{28}{45} \\[2ex] P(BB) = \dfrac{C_{2,\,2}}{C_{10,\,2}} = \dfrac{1}{45} \end{array}\right\} \Rightarrow P(NN) + P(BB) = \frac{28 + 1}{45} = \frac{29}{45} = 0{,}644$$

17.11 En una familia con tres hermanos, calcula las siguientes probabilidades.

a) Que los tres sean chicos.

b) Que al menos sean dos chicas.

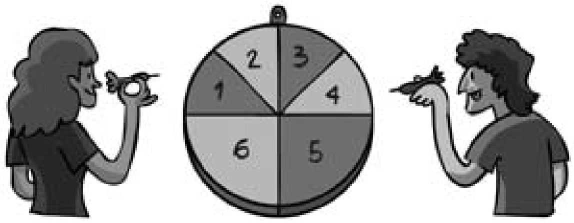
c) Que haya más chicas que chicos.

a) Que los tres sean chicos: $P(A) = \dfrac{1}{VR_{2,\,3}} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8} = 0{,}125$

b) Que al menos haya dos chicas: $P(B) = \dfrac{3 + 1}{8} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5.$

c) Que haya más chicas que chicos: $P(C) = P(B) = 0{,}5.$

17.12 Se tiene una diana como la de la figura y se lanzan dos dardos que caen en su interior.



a) Calcula la probabilidad de que la suma de puntos obtenidos en los lanzamientos sea 3.

b) Calcula la probabilidad de que al menos un dardo caiga en una puntuación impar.

a) A la vista de la diana, podemos considerar los sucesos equiprobables: $\{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\ ,\ 5_A\ ,\ 5_B\ ,\ 6_A\ ,\ 6_B\}$

Las posibilidades para obtener tres puntos son (1 2) y (2 1).

$P(A) = \dfrac{2}{VR_{8,\,2}} = \dfrac{2}{8^2} = \dfrac{1}{32} = 0{,}03$

b) El número de posibilidades para obtener dos puntuaciones pares es: $VR_{4,\,2} = 4^2 = 16.$

La probabilidad de obtener dos pares será $P(B) = \dfrac{16}{64} = \dfrac{1}{4}.$

La probabilidad de obtener por lo menos un impar es: $1 - P(B) = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}.$

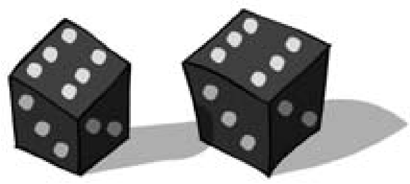
PARA APLICAR

17.13 Calcula la probabilidad de no sacar un oro cuando se elige al azar una carta de una baraja de 40.

A = *sacar un oro*

$P(\overline{A}) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{10}{40} = \dfrac{3}{4}$

17.14 Calcula la probabilidad de no obtener dos números iguales al lanzar dos dados sobre una mesa.



A = *obtener dos números iguales*

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{6}{VR_{6,\,2}} = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$

17.15 Se elige al azar una carta de una baraja de 40.

Calcula la probabilidad de que la carta sea de oros o una figura.

O = *obtener un oro*

F = *obtener una figura*

$P(O \cup F) = P(O) + P(F) - P(O \cap F) = \frac{10}{40} + \frac{12}{40} - \frac{3}{40} = \frac{19}{40} = 0{,}475$

17.16 Calcula la probabilidad de que, al lanzar dos dados sobre la mesa, las puntuaciones o bien sean iguales o bien sumen 8 puntos.

A = *obtener puntuaciones iguales*

B = *obtener suma de 8 puntos*

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{36} + \frac{5}{36} - \frac{1}{36} = \frac{10}{36} = 0{,}28$

17.17 En un monedero hay dos monedas de un euro y dos de dos euros. Se saca una moneda que resulta de dos euros, se devuelve y se saca otra moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que sea también de dos euros?

La segunda extracción no depende de lo ocurrido en la primera. $P(2_{€}) = 0{,}5$

17.18 Para elegir el lugar de vacaciones, Miguel y Natalia meten en una bolsa cinco papeles: dos con el nombre de un país sudamericano y tres con el nombre de un país africano. Miguel elige al azar uno de los papeles y lo vuelve a introducir en la bolsa. Después, Natalia elige otro papel.

Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

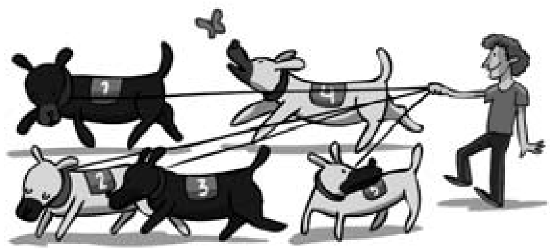
a) Que los dos papeles elegidos contengan el mismo país.

b) Que contengan un país del mismo continente.

a) Miguel elige un país. Natalia sólo tiene una posibilidad de entre cinco para elegir el mismo: $P(\text{Mismo país}) = \frac{1}{5}$

b) $P(A_fA_f \cup A_mA_m) = \frac{VR_{3,\,2}}{VR_{5,\,2}} + \frac{VR_{2,\,2}}{VR_{5,\,2}} = \frac{3^2}{5^2} + \frac{2^2}{5^2} = \frac{13}{15}$ ya que los sucesos A_fA_f y A_mA_m son incompatibles.

17.19 Los perros de cierta raza pueden nacer con el pelo blanco o negro y con el hocico negro o marrón. La probabilidad de que nazcan con el pelo blanco es 0,25, la de que nazcan con el hocico marrón es 0,6, y la de que nazcan con el pelo y el hocico del mismo color es 0,15.



Calcula la probabilidad de que un perro nazca con el pelo negro o con el hocico negro.

$P(P_b) = 0{,}25 \quad P(H_m) = 0{,}6 \quad P(P_n \cap H_n) = 0{,}15.$

$P(P_n \cup H_n) = P(P_n) + P(H_n) - P(P_n \cap H_n) = 1 - 0{,}25 + 1 - 0{,}6 - 0{,}15 = 1$

Probabilidad en experimentos compuestos

P A R A   P R A C T I C A R

17.20 **Indica si estos experimentos son simples o compuestos.**

a) ***Lanzar un dado***

b) ***Lanzar dos dados de una vez***

c) ***Lanzar tres dados de forma consecutiva***

d) ***Sacar una carta de una baraja***

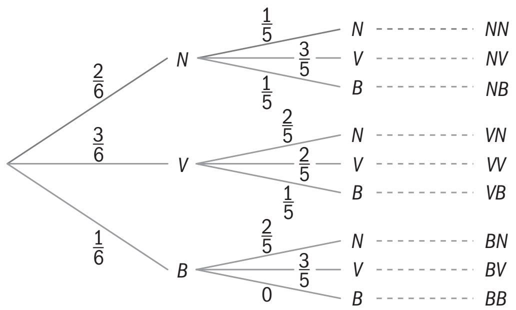
e) ***Sacar, sin reemplazamiento, dos cartas de una baraja***

f) ***Sacar dos cartas de una baraja de una sola vez***

a) Simple   b) Compuesto   c) Compuesto   d) Simple   e) Compuesto   f) Compuesto

E j e r c i c i o   r e s u e l t o

17.21 **Una bolsa contiene dos bolas negras, tres verdes y una blanca. Se extraen dos bolas de forma consecutiva. Calcula la probabilidad de que las dos bolas elegidas hayan sido negras.**



$P(\textit{sacar 2 bolas negras}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

17.22 **Una bolsa contiene dos bolas negras y tres blancas. Se sacan dos bolas.**

Calcula la probabilidad de que la primera extraída sea blanca, y la segunda, negra, en los siguientes casos.

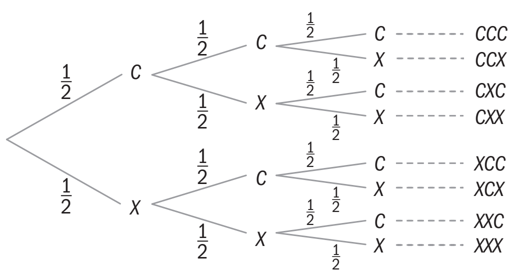
a) La extracción se realiza con reemplazamiento.

b) La extracción se realiza sin reemplazamiento.

$U = \{2N\ ,\ 3B\}$ a) $P(BN) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$ b) $P(BN) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$

E j e r c i c i o   r e s u e l t o

17.23 **Dibuja un diagrama de árbol que represente todas las posibilidades que se pueden dar al lanzar tres veces una moneda y halla la probabilidad de los resultados.**



Hay ocho resultados diferentes. Cada uno de ellos tiene una probabilidad de $\frac{1}{8}$.

17.24 **Se lanza cuatro veces una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que todas las veces se obtenga una cara? ¿Y la de que las tres primeras veces se obtenga una cara y la cuarta una cruz?**

$P(CCCC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ $\qquad$ $P(CCCX) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

Los dos sucesos tienen la misma probabilidad.

PARA APLICAR

17.25 **La probabilidad de acertar en una diana es de cuatro quintos.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de acertar las 5 veces al hacer 5 tiros?

b) ¿Y de que se acierte las cuatro primeras pero la última se falle?

c) ¿Crees que la probabilidad de acertar cuatro de las cinco veces, siendo indiferente en cuál de ellas se ha fallado, es la misma que la del apartado b? ¿Por qué?

a) $P(AAAAA) = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{4}{5}\right)^5 = \frac{1024}{3125} = 0{,}328$

b) $P(AAAAF) = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} = \left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{256}{3125} = 0{,}082$

c) No.

La probabilidad es más alta ya que hay cinco posibilidades: *FAAAA, AFAAA, AAFAA, AAAFA, AAAAF*.

La probabilidad de obtener cuatro aciertos y un fallo sería $5 \times \frac{256}{3125} = 0{,}4096$.

17.26 **En una zona de clima muy regular, la probabilidad de que un día llueva es de dos quintos si el día anterior ha llovido, y de un décimo si el día anterior no ha llovido. Hoy ha llovido.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que mañana llueva? ¿Y de que mañana y pasado mañana llueva?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en ninguno de los tres próximos días llueva?

Se sabe que hoy ha llovido.

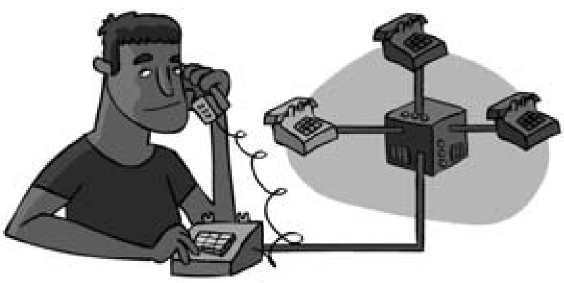
a) La probabilidad de que mañana llueva es $\frac{2}{5}$.

La probabilidad de que mañana llueva y pasado mañana llueva es $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$.

b) La probabilidad de que en los tres días siguientes no llueva es: $\frac{3}{5} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{243}{500} = 0{,}486$.

17.27 **Para contactar con el departamento de información de conexión a internet de una compañía telefónica es necesario llamar primero a "Información general", que pasa la llamada a "Información técnica", que, finalmente, pasa la llamada a "Información sobre conexiones". Las probabilidades de que cuando se llama a cada uno de esos departamentos todas las líneas estén ocupadas y de que, por tanto, se interrumpa la llamada son 0,15; 0,10 y 0,08, respectivamente.**

Calcula la probabilidad de poder contactar con el departamento de "Información sobre conexiones".



$(1 - 0{,}15) \cdot (1 - 0{,}10) \cdot (1 - 0{,}08) = 0{,}7038$

Probabilidad condicionada

PARA PRACTICAR

17.28 **En una bolsa hay 10 bolas verdes, de las que 4 tienen lunares y el resto son lisas, y 15 bolas rojas, de las que 5 tienen lunares y el resto son lisas. Se toma una bola al azar.**

a) Ordena los datos en una tabla de doble entrada.

b) Calcula la probabilidad de que sea verde.

c) Calcula la probabilidad de que sea lisa.

d) Calcula la probabilidad de que sea lisa y verde.

e) Se sabe que tiene lunares, ¿cuál es la probabilidad de que sea roja?

a)

	Verdes	Rojas	Totales
Lunares	4	5	9
Lisas	6	10	16
Totales	10	15	25

b) $P(V) = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

c) $P(L_i) = \frac{16}{25} = 0{,}64$

d) $P(L_i \cap V) = \frac{6}{25} = \frac{2}{5} = 0{,}24$

e) $P(R/L_u) = \frac{5}{9} = 0{,}556$

17.29 **Completa la tabla de contingencia y calcula la probabilidad que se indica en cada apartado.**

	A	*B*	Total
a	**8**		**20**
b			
Total		**19**	**40**

a) $P(A/a)$

b) $P(A/b)$

c) $P(b/B)$

	A	*B*	Total
a	8	12	20
b	13	7	20
Total	21	19	40

a) $P(A/a) = \frac{8}{20} = 0{,}4$

b) $P(A/b) = \frac{13}{20} = 0{,}65$

c) $P(b/B) = \frac{7}{19} = 0{,}368$

17.30 **Calcula la probabilidad $P(A/A)$ sabiendo que A es un suceso diferente del suceso imposible.**

$P(A/A) = \frac{P(A \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$ ya que $P(A) \neq 0$

17.31 **Se han ordenado en una tabla de contingencia los datos recogidos para realizar una encuesta. Parte de la información se ha perdido y parte ha quedado algo confusa. Finalmente, se consigue rescatar la siguiente. ¿Crees que puede ser correcta?**

	Fumador	No fumador	Total
Hombre	**35**		
Mujer		**80**	**115**
Total	**75**		**200**

Al intentar completar la tabla, se observa que los datos son contradictorios.

17.32 Se sacan, con reemplazamiento, 2 bolas de una bolsa que contiene 2 blancas y 3 negras. Indica si los sucesos *A* y *B* son dependientes o independientes, y calcula la probabilidad de su intersección.

***A* = la primera bola extraída es blanca**

***B* = la segunda bola extraída es blanca**

¿Qué ocurre si la extracción es sin reemplazamiento?

El resultado de la primera extracción no influye en el de la segunda, ya que, al haber reposición, la composición de la bolsa es la misma. Los sucesos son independientes.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0{,}16$

Si la extracción es sin reemplazamiento, la composición de la bolsa antes de la segunda extracción depende del resultado de la primera. Los sucesos son dependientes. Así:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = 0{,}1$

17.33 Calcula la probabilidad de que, al extraer 2 bolas sin reemplazamiento de una bolsa que contiene 2 blancas, 3 verdes y 1 negra, resulten ser las dos verdes.

$U = \{2B\ ,\ 3V\ ,\ 1N\}$

$P(VV) = P(V) \cdot P(V/V) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

17.34 Calcula la probabilidad de sacar 2 bolas del mismo color al sacar con reemplazamiento 2 bolas de una bolsa con 3 blancas y 4 negras.

$U = \{3B\ ,\ 4N\}$

$P(BB) + P(NN) = P(B) \cdot P(B/B) + P(N) \cdot P(N/N) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{9 + 16}{49} = \frac{25}{49} = 0{,}51$

17.35 Una bolsa contiene 2 bolas negras y 5 rojas. Calcula la probabilidad de obtener 2 bolas del mismo color cuando se sacan al azar 2 bolas:

a) Con reemplazamiento. **b) Sin reemplazamiento.**

$U = \{2N\ ,\ 5R\}$

a) Con reemplazamiento: $P(NN) + P(RR) = P(N) \cdot P(N/N) + P(R) \cdot P(R/R) = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} + \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{4 + 25}{49} = \frac{29}{49} = 0{,}592$

b) Sin reemplazamiento: $P(NN) + P(RR) = P(N) \cdot P(N/N) + P(R) \cdot P(R/R) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{2 + 20}{42} = \frac{22}{42} = 0{,}524$

PARA APLICAR

17.36 En un grupo de 100 personas, el 40% son hombres; el 30%, personas mayores de edad, y el 20% son chicos menores de edad. Se elige una persona al azar.

a) Calcula la probabilidad de que sea mujer.

b) Calcula la probabilidad de que sea hombre mayor de edad.

c) Sabiendo que es un menor de edad, calcula la probabilidad de que sea una chica.

	Mayores	Menores	Total
Hombre	20	20	40
Mujer	10	50	60
Total	30	70	100

a) $P(M) = 0{,}6$ b) $P(H \cap \text{Mayor}) = 0{,}2$ c) $P(M/\text{Menor}) = \frac{50}{70} = 0{,}714$

17.37 La probabilidad de esperar menos de 5 minutos en la parada del autobús es 0,65.

a) Calcula la probabilidad de esperar menos de cinco minutos durante tres días seguidos.

b) Calcula la probabilidad de que, en al menos uno de los tres días observados, se tenga que esperar más de 5 minutos.

A = *esperar menos de 5 minutos* $P(A) = 0,65$

El esperar más o menos en un día es independiente de lo que se haya esperado el día anterior.

a) $P(AAA) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) = 0,65^3 = 0,275$

b) Es el suceso contrario del anterior.

P(Al menos un día se espera más 5 min) $= 1 - P(AAA) = 1 - 0,275 = 0,725$

17.38 La probabilidad de pasar una prueba de competencia en expresión escrita de francés es 0,8, y la de pasar otra de competencia oral en esta misma lengua es 0,75. La probabilidad de pasar las dos es 0,65.

a) ¿El hecho de aprobar una prueba es independiente del de pasar la otra?

b) ¿Los dos sucesos son incompatibles?

c) Calcula la probabilidad de pasar al menos una de las pruebas.

d) Calcula la probabilidad de pasar la segunda prueba sabiendo que se ha pasado la primera.

Competencia escrita: *E* Competencia: oral *O*

$P(E) = 0,8$ $P(O) = 0,75$ $P(E \cap O) = 0,65$

a) Como $P(E \cap O) = 0,65 \neq P(E) \cdot P(O) = 0,6$, los sucesos no son independientes.

b) $P(E \cap O) \neq 0 \Rightarrow P$ y E no son incompatibles.

c) $P(E \cup O) = P(E) + P(O) - P(E \cap O) = 0,8 + 0,75 - 0,65 = 0,9$

d) $\mathrm{P(O/E)} = \dfrac{P(O \cap E)}{P(E)} = \dfrac{0,65}{0,8} = 0,8125$

17.39 De las 50 personas que hay en una discoteca, 20 son chicas. Entre chicos y chicas, hay 10 personas bailando. También se sabe que hay 24 chicos que no lo están. Se otorga un premio por sorteo a una de las personas que están bailando. ¿Cuál es la probabilidad de que le toque a un chico?

	Bailan	No bailan	Total
Chicas	4	16	20
Chicos	6	24	30
Total	10	40	50

$P(\text{Chico}) = \dfrac{6}{10} = 0,6$

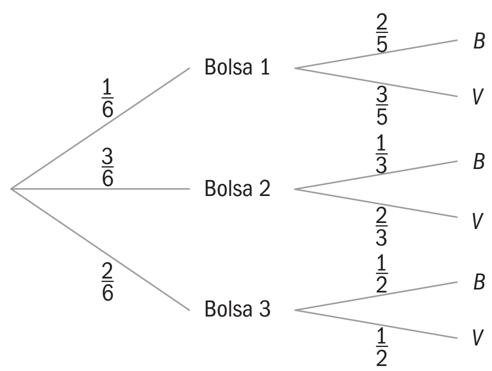
Probabilidad total

PARA PRACTICAR

Ejercicio resuelto

17.40 Una bolsa contiene dos 2 bolas blancas y 3 verdes; una segunda bolsa contiene 1 bola blanca y 2 verdes, y una tercera bolsa contiene 1 bola de cada color. Se lanza un dado y, si sale el 1, se elige una bola de la primera bolsa. Si sale un número primo, se elige una bola de la segunda bolsa, y en otro caso, se elige de la tercera. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?

Del enunciado se deduce que para elegir la primera bolsa tiene que salir un 1 en el dado; para elegir la segunda debe salir un 2, un 3 o un 5, y para elegir la tercera ha de salir un 4 o un 6. Se elabora el correspondiente diagrama de árbol de la situación:



Por tanto: $P(B) = \dfrac{1}{6} \cdot \dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{6} \cdot \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{6} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{5}$

17.41 Una bolsa contiene 2 bolas blancas, 3 verdes y 1 roja, y otra contiene 3 bolas blancas, 2 verdes y 1 roja. Se lanza una moneda al azar y, si sale cara, se elige la primera bolsa; si sale cruz, la segunda. Se saca una bola de la bolsa elegida. Calcula la probabilidad de que sea verde.

$U_1 = \{2B\ ,\ 3V\ ,\ 1R\}$ $\qquad$ $U_2 = \{3B\ ,\ 2V\ ,\ 1R\}$

$$P(V) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12} = 0{,}417$$

17.42 Una bolsa contiene 3 bolas negras y 2 azules, y otra contiene 3 bolas negras y 1 azul. Se elige al azar una de las bolsas y se sacan 2 bolas con reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que:

a) Las 2 sean negras.

b) Las 2 sean azules.

c) Sean de diferente color.

$U_1 = \{3N\ ,\ 2A\}$ $\qquad$ $U_2 = \{3N\ ,\ 1A\}$

a) $P(NN) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{50} + \frac{9}{32} = \frac{369}{800} = 0{,}461$

b) $P(AA) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{50} + \frac{1}{32} = \frac{89}{800} = 0{,}111$

c) $P(\text{diferente color}) = 1 - \frac{369}{800} - \frac{89}{800} = \frac{342}{800} = 0{,}4275$

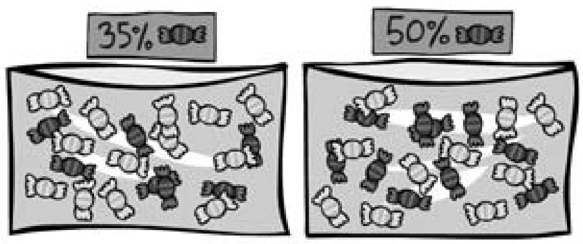
17.43 Una bolsa contiene 1 bola blanca y 2 negras. Otra bolsa contiene 2 bolas blancas y 1 negra. Se saca una bola de la primera bolsa y, sin mirar su color, se introduce en la segunda. A continuación se saca una bola de esta segunda bolsa. ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca? ¿Y de que sea negra?

$U_1 = \{1B\ ,\ 2N\}$ $\qquad$ $U_2 = \{2B\ ,\ 1N\}$

$$P(B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12} = 0{,}583$$

$$P(N) = 1 - P(B) = 0{,}417$$

17.44 Se elige una bolsa y de ella se sacan 3 caramelos con reemplazamiento. ¿Cuál es la probabilidad de que los 3 sean de fresa?



$$P(FFF) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}35^3 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}5^3 = 0{,}084$$

P A R A   A P L I C A R

17.45 **Un gato persigue a un ratón. En su huida, el ratón se encuentra con 3 caminos diferentes y con la misma probabilidad de elegirlos. Si se mete en el primer camino, la probabilidad de que se salve es del 30%; en el segundo camino existe una trampilla por la que cabe el ratón, pero no el gato, y por último, el tercer camino es un callejón sin salida. Calcula la probabilidad de que el gato no cace al ratón.**

Sea *A* el suceso que consiste en que el gato no caza al ratón.

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{30}{100} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{13}{30}$$

17.46 **Pedro llega de noche a su casa. En el bolsillo tiene 2 llaveros iguales; en uno están la llave de su casa y la de la oficina, y en el otro, la llave del coche, la del garaje y otra de su casa. En el momento en que mete la mano en el bolsillo se apaga la luz y decide elegir al azar uno de los llaveros y, de este, una de las llaves. ¿Cuál es la probabilidad de que la llave elegida abra la puerta de la casa?**

Sea *A* el suceso que consiste en elegir una llave que abre la puerta de la casa. Entonces:

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \approx 0{,}417$$

17.47 **A causa del mal estado de alguno de los alimentos ofrecidos en un restaurante, algunos comensales se han intoxicado. El síntoma principal es la aparición de fiebre; sin embargo, no a todos los intoxicados les aumenta la temperatura y, por otra parte, algunas personas que no se han intoxicado tienen fiebre por otras causas.**

En concreto, el 95% de los intoxicados tienen fiebre, y el 1% de los no intoxicados, también. Además, la intoxicación ha afectado al 45% de los clientes. Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar tenga fiebre.

I = *estar intoxicado*   F = *tener fiebre*

$P(I) = 0{,}45$ $p(\bar{I}) = 0{,}55$ $p(F/I) = 0{,}95$ $p(F/\bar{I}) = 0{,}01$

$P(F) = 0{,}95 \cdot 0{,}45 + 0{,}01 \cdot 0{,}55 = 0{,}433$

Matemáticas aplicadas

P A R A   A P L I C A R

17.48 **Diseña un experimento en el que se elija una persona de un grupo de 6 con las siguientes probabilidades.**

	Juan	José	Lidia	Paula	Mario	Kevin
Probabilidad	0,1	0,3	0,1	0,2	0,2	0,1

Hay multitud de posibilidades, por ejemplo, se puede meter en una bolsa 10 papeletas distribuidas de la siguiente forma:

Juan José José José Lidia Paula Paula Mario Mario Kevin

17.49 **Diseña un experimento en el que la probabilidad de que gane yo sea el triple que la del contrario.**

Hay varias posibilidades, por ejemplo tiramos un dado dodecaédrico, si sale 1, 2 ó 3 gana el contrario y si sale distinto gano yo.

PARA PRACTICAR Y APLICAR

17.50 En una laguna hay peces de color verde y peces de color plateado. Con una red se sacan 50 peces, de los que 12 resultan ser verdes, y el resto, plateados. Se considera el experimento aleatorio *sacar un pez de la laguna y observar su color*.

a) ¿Qué probabilidades asignarías a los sucesos *V = el color es verde* y *P = el color es plateado*?

b) Si se sabe que en la laguna hay aproximadamente 1250 peces, ¿cuántos habrá de cada color?

a) Adjudicando como probabilidades de los sucesos sus frecuencias relativas, tendremos:

$P(V) = \frac{12}{50} = 0{,}24 \qquad P(P) = \frac{50 - 12}{50} = \frac{38}{50} = 0{,}76$

b) De color verde: $0{,}24 \cdot 1250 = 300$ peces aproximadamente

De color plateado: $0{,}76 \cdot 1250 = 950$ peces aproximadamente

17.51 Una bolsa contiene cinco papeletas marcadas con los números 0, 1, 2, 3 y 4. Se extraen dos de ellas de una sola vez.

a) Escribe el espacio muestral correspondiente al experimento. ¿Son equiprobables los sucesos elementales?

b) Calcula la probabilidad de que los números de las dos papeletas sumen 5.

c) Halla la probabilidad de obtener como suma de las dos papeletas un número impar.

d) ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números impares?

a) $E = \{01\ , 02\ , 03\ , 04\ , 12\ , 13\ , 14\ , 23\ , 24\ , 34\}$ Los sucesos elementales son equiprobables.

b) $P(\text{Suma } 5) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

c) $P(\text{Suma impar}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

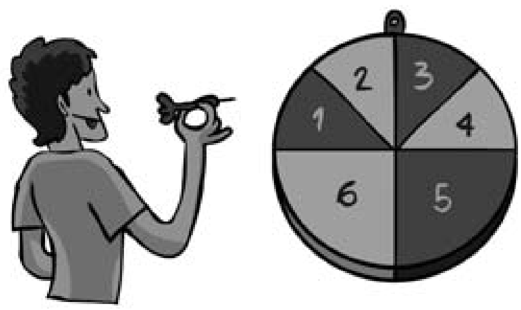
d) $P(\text{dos impares}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{1}{10}$

17.52 En la diana de la figura, calcula la probabilidad de estos sucesos.

a) Al lanzar un dardo, *obtener una puntuación impar.*

b) Al lanzar un dardo, *obtener una puntuación mayor o igual que 4 y un color gris.*

c) Al lanzar dos dardos, *obtener una puntuación mayor de 7 puntos.*



Se puede suponer que hay ocho zonas equiprobables:

$\{1\ , 2\ , 3\ , 4\ , 5_a\ , 5_b\ , 6_a\ , 6_b\}$

a) $P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

b) $P(B) = \frac{3}{8} = 0{,}375$

c) $P(6 \text{ y } 6) + P(5 \text{ y } 6) + P(4 \text{ y } 6) + P(3 \text{ y } 6) + P(2 \text{ y } 6) + P(5 \text{ y } 5) + P(5 \text{ y } 4) + P(5 \text{ y } 3) + P(4 \text{ y } 4) =$

$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} =$

$= \frac{4 + 8 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 1}{64} = \frac{37}{64} = 0{,}578$

17.53 En una familia con 3 hermanos, escribe las distintas posibilidades y calcula las siguientes probabilidades.

a) Que los 3 sean chicos. **b) Que al menos sean 2 chicas.** **c) Que haya más chicas que chicos.**

Sean H: chico y M: chica.

Las posibilidades son: $E = \{MMM\ ,\ MMH\ ,\ MHM\ ,\ HMM\ ,\ MHH\ ,\ HMH\ ,\ HHM\ ,\ HHH\}$

a) $P(A) = \frac{1}{8}$

b) $P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

c) $P(C) = P(B) = \frac{1}{2}$

17.54 Se ha construido un dado cargado de forma que el cinco y el seis tienen el doble de probabilidad que cualquiera de las otras caras. Halla la probabilidad de:

a) *Obtener cada una de las caras*.

b) *Obtener un número mayor o igual que 3*.

c) *Obtener un número menor que 3*.

a) $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = \frac{1}{8}$ $\quad P(5) = P(6) = \frac{1}{4}$

b) $P(\geqslant 3) = P(3) + P(4) + P(5) = P(6) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

c) $P(<3) = 1 - P(\geqslant 3) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

17.55 En una biblioteca de un centro escolar llega un paquete de 50 libros que hay que ordenar. Veinte libros están escritos en lengua inglesa, 10 de ellos son novelas, otros 5 son de texto, y el resto, de poesía. Los otros 30 libros están escritos en francés, y de ellos hay 15 novelas, 10 son de texto, y el resto, de poesía. Se coge un libro al azar. Elabora una tabla de doble entrada con los datos ordenados y calcula las probabilidades de que:

a) Sea de poesía.

b) Esté escrito en francés.

c) Sea de poesía y esté escrito en francés.

d) No esté escrito en francés ni sea de poesía.

	Novelas	Texto	Poesía	Totales
Francés	15	10	5	30
Inglés	10	5	5	20
Total	25	15	10	50

a) $P(P) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

b) $P(F) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

c) $P(P \cap F) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$

d) $P(\overline{F} \cap \overline{P}) = P(I \cap N) + P(I \cap T) = \frac{10}{50} + \frac{5}{50} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$

17.56 Se lanza un dado de quinielas tres veces consecutivas.

a) Calcula la probabilidad de obtener un 1 las tres veces.

b) Se sabe que en la primera tirada ha salido una *X*. Calcula la probabilidad de que en las dos siguientes salga también una *X*.

a) $P(1\ \ 1\ \ 1) = \left(\frac{3}{6}\right)^3 = 0{,}125$ $\quad$ b) $P(XXX/X) = P(XX) = \left(\frac{2}{6}\right)^2 = 0{,}111$

17.57 Una bolsa contiene 12 bolas blancas, 10 negras y una verde. Se lanza una moneda y, si sale cara, se añade una bola verde a la bolsa, pero si sale cruz, se añaden dos negras. Finalmente, se extraen dos bolas. Calcula las siguientes probabilidades.

a) Las dos bolas son blancas y la extracción se ha realizado con reemplazamiento.

b) Las dos bolas son de diferente color y la extracción se ha realizado sin reemplazamiento.

$U = \{12B\ ,\ 10N\ ,\ 1V\}$

Si sale cara: $U_c = \{12B\ ,\ 10N\ ,\ 2V\}$. Si sale cruz: $U_X = \{12B\ ,\ 12N\ ,\ 1V\}$

a) $P(BB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{24} \cdot \frac{12}{24} + \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{12}{25} = 0{,}24$

b) $P(BB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{24} \cdot \frac{11}{23} + \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24} = 0{,}23$

$P(VV) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{24} \cdot \frac{1}{23} = 0{,}0018$

$P(NN) = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{24} \cdot \frac{9}{23} + \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{25} \cdot \frac{11}{24} = 0{,}19$

$P(\text{diferente color}) = 1 - 0{,}23 - 0{,}19 - 0{,}0018 = 0{,}58$

17.58 ¿Cuál es la probabilidad de que al ordenar al azar las 10 cartas de oros, estén juntas el rey y el caballo?

$P(A) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{2 \cdot P_9}{P_{10}} = \frac{2 \cdot 9!}{10!} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

17.59 Calcula la probabilidad de que en un grupo de 10 amigos, al menos dos hayan nacido el mismo día de la semana.

Se trata de un suceso seguro. Por tanto, $P(A) = 1$

17.60 Una bolsa contiene 2 bolas blancas y 3 negras. Belén, Ricardo, Javier y Elena extraen, en este orden, una bola de la bolsa sin devolución. El primero que extraiga una bola blanca recibirá como premio una semana en una estación de esquí con los gastos pagados. Determina las probabilidades que tiene cada uno de obtener el premio.

$U = \{2B\ ,\ 3N\}$

$P(\text{Belén}) = \frac{2}{5} = 0{,}4 \qquad P(\text{Ricardo}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = 0{,}3 \qquad P(\text{Javier}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = 0{,}2 \qquad P(\text{Elena}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = 0{,}1$

17.61 Se lanza una moneda al aire y, si sale cara, se saca al azar una carta de una baraja española completa; si sale cruz, se saca una carta de una baraja que solo contiene las 12 figuras.

a) Calcula la probabilidad de obtener finalmente el caballo de bastos.

b) Calcula la probabilidad de obtener una carta que no sea ni un rey ni una espada.

a) $P(C_b) = \frac{1}{40} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}054$

b) $P(\text{Ni rey ni espada}) = \frac{40 - 13}{40} \cdot \frac{1}{2} + \frac{12 - 6}{12} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}5875$

PARA REFORZAR

17.62 Se han lanzado 450 chinchetas sobre el suelo y han caído 78 con la punta hacia arriba y el resto apoyándose sobre la cabeza y sobre la punta. Asigna las probabilidades a los sucesos elementales del experimento aleatorio *observar cómo cae sobre el suelo una chincheta*.

$P(\text{punta hacia arriba}) = \frac{78}{450} = 0{,}173$

$P(\text{se apoya sobre la cabeza y la punta}) = \frac{450 - 78}{450} = \frac{372}{450} = 0{,}827$

17.63 **Se extraen tres cartas a la vez de una baraja española de 40. Se consideran los sucesos:**

C = sacar las tres cartas del mismo palo.

T = obtener las tres cartas con el mismo número.

D = sacar tres cartas con número diferente.

Se sabe que las probabilidades de los tres sucesos son *p* = 0,004, *q* = 0,777 y *r* = 0,0486, pero no obligatoriamente en este orden. Indica la probabilidad que corresponde a cada uno de los sucesos.

$P(C) = r = 0{,}0486$ $\quad P(T) = p = 0{,}004$ $\quad P(D) = q = 0{,}777$

17.64 **Se saca una carta de una baraja española. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.**

a) ***Obtener una espada.***

b) ***Obtener un siete.***

c) ***Obtener una espada o un siete.***

d) ***No obtener un siete.***

e) ***No obtener ni una espada ni un siete.***

a) $P(E) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

b) $P(7) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

c) $P(E \cup 7) = P(E) + P(7) - P(E \cap 7) = \frac{10}{40} + \frac{4}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}$

d) $P(\overline{7}) = 1 - P(7) = \frac{9}{10}$

e) Hay 27 cartas que no son ni espada ni siete $P(\overline{E} \cap \overline{7}) = \frac{27}{40}$.

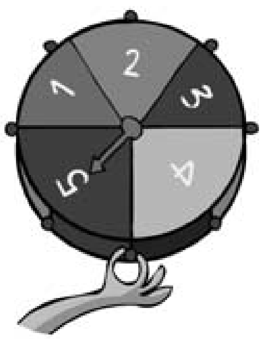
17.65 **Se hace girar la manilla de la ruleta de la figura. Calcula la probabilidad de:**

a) ***Obtener un número mayor que 3.***

b) ***Obtener un número mayor o igual que 3.***

c) ***Obtener un número menor que 3.***

d) ***Obtener un número menor o igual que 3.***



$P(1) = P(2) = P(3) = \frac{1}{6}$ $\quad P(4) = P(5) = \frac{1}{4}$

a) $P(>3) = P(4) + P(5) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

b) $P(\geq 3) = P(3) + P(4) + P(5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2 + 3 + 3}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

c) $P(<3) = P(1) + P(2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

d) $P(\leq 3) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

17.66 Lanzamos una moneda y tiramos un dado y observamos los resultados obtenidos.

a) Escribe el espacio muestral del experimento.

b) Halla la probabilidad de obtener una cara y un 6.

c) Halla la probabilidad de obtener una cruz o un 6.

a) $E = \begin{Bmatrix} (C\ \ 1) & (C\ \ 2) & (C\ \ 3) & (C\ \ 4) & (C\ \ 5) & (C\ \ 6) \\ (X\ \ 1) & (X\ \ 2) & (X\ \ 3) & (X\ \ 4) & (X\ \ 5) & (X\ \ 6) \end{Bmatrix}$ b) $P(C\ \ 6) = \frac{1}{12}$ c) $P(\text{Cruz o seis}) = \frac{7}{12}$

17.67 La tabla muestra las preferencias sobre el viaje de fin de curso que van a realizar los 90 alumnos de 4.° de ESO de un centro escolar, diferenciando el sexo.

	Chicas	Chicos
Roma	25	15
París	20	30

Se escoge un alumno al azar. Calcula las probabilidades de que:

a) Prefiera ir a Roma.

b) Sea chica.

c) Prefiera ir a Roma y sea chica.

d) Prefiera ir a Roma o sea chica.

e) Ni prefiera ir a Roma ni sea chica.

f) Sabiendo que prefiere ir a Roma, que sea chica.

g) Sabiendo que es chica, que prefiera ir a Roma.

	Chicas	Chicos	Totales
Roma	25	15	40
París	20	30	50
Totales	45	45	90

a) $P(R) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$

b) $P(M) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

c) $P(R \cap M) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$

d) $P(R \cup M) = P(R) + P(M) - P(R \cap M) = \frac{40}{90} + \frac{45}{90} - \frac{25}{90} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$

e) $P(\overline{R} \cap \overline{M}) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

f) $P(M/R) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

g) $P(R/M) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$

17.68 Una bolsa contiene 3 bolas blancas y 2 rojas. Se extrae una bola que resulta ser blanca y, seguidamente, se extrae una segunda bola. Calcula la probabilidad de que esta segunda bola sea roja si:

a) La primera bola se devolvió a la bolsa antes de sacar la segunda.

b) La extracción de la segunda bola se hizo sin haber devuelto la primera a la bolsa.

a) $u = \{3B\ ,\ 2R\} \Rightarrow P(R) = \frac{2}{5}$ b) $u = \{2B\ ,\ 2R\} \Rightarrow P(R) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

17.69 La probabilidad de que falle la unidad central del ordenador es de 0,05; la de que falle la pantalla, de 0,0025, y la de que falle el teclado, de 0,001. ¿Cuál es la probabilidad de que no falle ningún componente?

$\overline{UC}$ = *falla la unidad central* $\quad \overline{P}$ = *falla la pantalla* $\quad \overline{T}$ = *falla el teclado*

$P(\overline{UC}) = 0{,}05 \qquad P(\overline{P}) = 0{,}0025 \qquad P(\overline{T}) = 0{,}001$

$P(UC \cap P \cap T) = P(UC) \cdot P(P) \cdot P(T) = (1 - 0{,}05) \cdot (1 - 0{,}0025) \cdot (1 - 0{,}001) = 0{,}947$

PARA AMPLIAR

17.70 Se han realizado pruebas clínicas para estudiar si los 85 pacientes que entraron en las urgencias de un hospital durante un sábado padecen hipertensión y diabetes. La tabla muestra los resultados de dichas pruebas.

	Positivo	Negativo
Hipertensión	25	60
Diabetes	15	70

Además, se sabe que 3 de los pacientes han dado positivo en las dos pruebas.

Calcula la probabilidad de que dos de esos pacientes, elegidos al azar, no padezcan ninguna de las dos enfermedades.

De los datos se deduce que hay: $\begin{cases} \text{22 con sólo hipertensión} \\ \text{12 con sólo diabetes} \\ \text{3 con hipertensión y diabetes} \\ \text{48 sanos} \end{cases}$

Si se considera como S_1 el primer paciente está sano y S_2 el segundo paciente está sano:

$$P(S_1 \cap S_2) = P(S_1) \cdot P(S_2/S_1) = \frac{48}{85} \cdot \frac{47}{84} = 0{,}316$$

17.71 ¿Cómo piensas que son los sucesos $\overline{A \cup B}$ y $\overline{A} \cap \overline{B}$? ¿Y los sucesos $\overline{A \cap B}$ y $\overline{A} \cup \overline{B}$? Demuestra que:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B)$$

$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad$ y $\quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cup B)] \Rightarrow P(\overline{A} \cup \overline{B}) - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B)$

17.72 Sabiendo que $P(\overline{A}) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}6$ y $P(A \cap B) = 0{,}4$ calcula estas probabilidades.

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B})$

b) $P(\overline{A} \cup B)$

a) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - (0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}4) = 0{,}1$

b) $P(\overline{A} \cup B) = P(\overline{A}) + P(A \cap B) = 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7$

17.73 **En una universidad, el 55% de los estudiantes son alumnas. El 45% del total de personas que están matriculadas cursan una carrera experimental.**

De la gente que cursa carrera no experimental, el 55% son chicos.

a) Se elige al azar un estudiante. ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y estudie una carrera experimental?

b) Se elige al azar un estudiante que resulta ser chico. ¿Cuál es la probabilidad de que estudie una carrera experimental?

M = *ser alumna* E = *cursar una carrera experimental*

$P(M) = 0{,}55$ $P(E) = 0{,}45$ $P(\overline{M}/\overline{E}) = 0{,}55$

a) $P(\overline{M}/\overline{E}) = \dfrac{P(\overline{M} \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \dfrac{P(\overline{M \cup E})}{1 - 0{,}45} = \dfrac{1 - P(M \cup E)}{0{,}55} = 0{,}55 \Rightarrow 1 - P(M \cup E) = 0{,}55^2 \Rightarrow P(M \cup E) = 0{,}6975$

$P(M \cap E) = P(M) + P(E) - P(M \cup E) = 0{,}55 + 0{,}45 - 0{,}6975 = 0{,}3025$

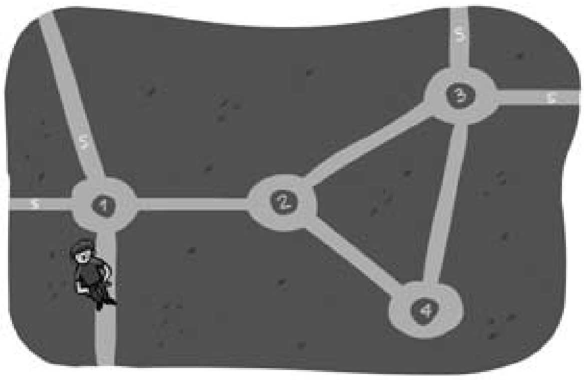
b) $P(E/\overline{M}) = \dfrac{P(E \cap \overline{M})}{P(\overline{M})} = \dfrac{P(E) - P(E \cap M)}{0{,}45} = \dfrac{0{,}45 - 0{,}3025}{0{,}45} = 0{,}33$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

17.74 **¿Cómo llego a mi destino?**

Roberto está en la calle de la Amistad. Siempre que llega a una plaza, elige una posible calle al azar de entre las que existen en la misma con la única excepción de que nunca elige la calle por la que llega.

Si en algún momento elige una de las calles señaladas con *S*, se aleja de la zona representada en el esquema sin posibilidad de volver a ella.



Calcula la probabilidad de que llegue a la plaza de la Paz, situada en el número 4.

S = *Llegar a la plaza de la Paz*

$$P(S) = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right] = \frac{2}{9}$$

17.75 Actividades deportivas

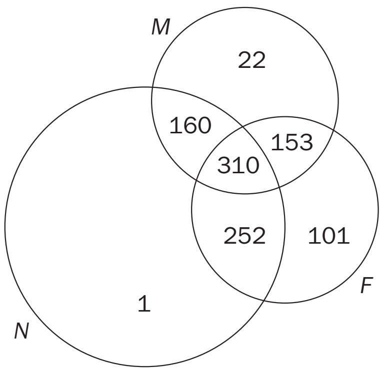
Un Ayuntamiento encarga a una empresa realizar un estudio sobre las preferencias de los habitantes de la localidad en lo que se refiere a la oferta de tres actividades deportivas. Se realiza una encuesta a una muestra de 1000 vecinos. Cada vecino debe contestar si está interesado en cada una de las tres actividades y se presentan los siguientes datos.

	Vecinos interesados
Fútbol	816
Natación	723
Mantenimiento	645

Al observar los datos, existen ciudadanos que se decantan por más de una de las actividades y se presentan también estos datos.

	Vecinos interesados
Fútbol y natación	562
Fútbol y mantenimiento	463
Natación y mantenimiento	470
Las tres actividades	310

¿Qué puedes afirmar sobre el estudio realizado por la citada empresa? ¿Hay algún tipo de error?



En el siguiente gráfico se muestran la distribución de las respuestas según los datos aportados.

Así, por ejemplo:

153 personas responden que les interesa el mantenimiento y el fútbol.

1 persona responde que solo le interesa la natación, etc.

El total de personas que responden sería:

$22 + 153 + 101 + 160 + 310 + 252 + 1 = 999$

O bien hay una persona (y solo una) que manifestó que no le interesa ninguna actividad o bien hay algún tipo de error en los datos.

AUTOEVALUACIÓN

17.A1 Averigua cuántos sucesos elementales hay en estos experimentos aleatorios e indica si son o no equiprobables.

a) Se elige una carta al azar de un mazo que contiene los cuatros ases y las doce figuras.

b) En una clase de ESO hay estudiantes de 15 y 16 años. De ellos, algunos cursan Matemáticas *A*, y otros, Matemáticas *B*. Se elige un compañero al azar y se observa su edad y la opción de Matemáticas que estudia.

c) Se lanzan 5 monedas al aire y se observa el número de cruces obtenidas.

a) El espacio muestral está formado por 16 sucesos elementales, cada uno de los cuales es una de las 16 cartas consideradas. Los sucesos son equiprobables.

b) Se puede considerar el espacio muestral $E = \{15 \text{ y } A \quad 15 \text{ y } B \quad 16 \text{ y } A \quad 16 \text{ y } B\}$ formado por cuatro sucesos elementales pero no equiprobables ya que, en principio, no hay igual número de alumnos en cada una de las cuatro categorías.

c) El espacio muestral es: $E = \{0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5\}$ formado por seis sucesos elementales no equiprobables.

17.A2 El espacio muestral de un experimento aleatorio es: $E = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$. Se consideran estos sucesos: $A = \{1, 5, 10\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$, $C = \{9, 10\}$. Escribe los sucesos elementales de $\overline{B}$, $A \cup B$ y $A \cap C$, e indica de qué tipo son los dos últimos.

$\overline{B} = \{1\ , 10\}$

$A \cup B = \{1\ , 3\ , 5\ , 7\ , 9\ , 10\}$ se trata de un suceso seguro.

$A \cap C = \{10\}$ se trata de un suceso elemental.

17.A3 Se lanzan dos dados al aire. Ordena los siguientes sucesos de mayor a menor probabilidad.

a) La suma de puntos obtenida es 7.

b) La suma de puntos obtenida es 3.

c) La suma de puntos obtenida es 11.

$P(\text{Suma} = 11) = P(\text{Suma} = 3) < P(\text{Suma} = 7)$

17.A4 La tabla muestra los usuarios de un polideportivo municipal según el sexo.

	Mujeres	Hombres	Totales
Atletismo	**24**		**50**
Natación		**40**	
Totales	**66**		

a) Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre y haga natación?

b) Si se elige una persona al azar y resulta estar apuntada a atletismo, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

	Mujeres	Hombres	Totales
Atletismo	24	26	50
Natación	42	40	82
Totales	66	66	132

a) $P(H \cap N) = \dfrac{40}{132} = 0{,}303$ b) $P(M/A) = \dfrac{24}{50} = 0{,}48$

17.A5 Se sacan, de forma sucesiva y sin reemplazamiento, dos cartas de una baraja española.

a) Indica si los sucesos *sacar la primera una carta de oros* y *sacar la segunda una carta de oros* son o no independientes.

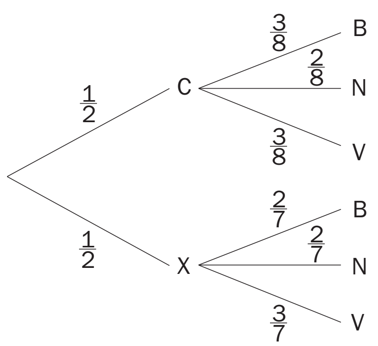
b) Calcula la probabilidad de que las dos cartas extraídas sean de oros.

a) Lo que haya salido en la primera extracción influye en lo que vaya a salir en la segunda. Por tanto, los sucesos son dependientes.

b) $P(\text{Las dos de oros}) = \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{9}{39} = 0{,}058$

17.A6 Una bolsa contiene 2 bolas blancas, 2 negras y 3 verdes. Se lanza una moneda al aire y, si sale cara, se introduce otra bola blanca en la bolsa. Si sale cruz, se deja la bolsa como estaba. A continuación se saca una bola de la bolsa. Calcula la probabilidad de que sea blanca.

Elaborando el correspondiente diagrama en árbol:



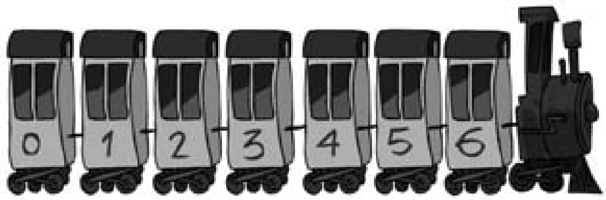
$P(B) = P(B/C) \cdot P(C) + P(B/X) \cdot P(X) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3}{8} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{7} = \dfrac{37}{112} = 0{,}33$

L A D E S C A R G A D E L T R E N

Número de jugadores: 2

Material necesario:

- **Dos dados cúbicos**
- **18 fichas para cada jugador**
- **Dos tableros como el de la figura**



Reglas del juego:

1. **Cada jugador coloca las 18 fichas en su tren en los números que prefiera; en cada vagón puede poner cuantas fichas desee.**
2. **Por turnos, cada jugador tira los dados y resta los números obtenidos; si el resultado coincide con el número de un vagón en el que tenga fichas, retira una.**
3. **Gana el jugador que llega al final de 30 tiradas con menos fichas en su tren.**

¿Hay alguna estrategia que permita tener más probabilidades de ganar el juego?

Primero deben jugar por jugar, con posterioridad se les pedirá que elijan los vagones que consideren mejores. De este modo trabajamos la búsqueda de estrategias ganadoras, ¿en qué vagón no pondrán nunca fichas? ¿Por qué?

El paso del juego a la introducción de los correspondientes conceptos probabilísticos es inmediato.

Dado rojo	Dado azul	Diferencia
6	6	0
6	5	1
6	4	2
6	3	3
6	2	4
6	1	5
5	6	1
5	5	0
5	4	1
5	3	2
5	2	3
5	1	4
4	6	2
4	5	1
4	4	0
4	3	1
4	2	2
4	1	3

Dado rojo	Dado azul	Diferencia
3	6	3
3	5	2
3	4	1
3	3	0
3	2	1
3	1	2
2	6	4
2	5	3
2	4	2
2	3	1
2	2	0
2	1	1
1	6	5
1	5	4
1	4	3
1	3	2
1	2	1
1	1	0

Posibles resultados	0	1	2	3	4	5
Probabilidad	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$
Porcentaje	**16,7%**	**27,8%**	**22,2%**	**16,7%**	**11,1%**	**5,5%**

Una estrategia para colocar las 18 fichas, que aunque no nos garantiza ganar la partida sí nos da mayor probabilidad de acierto, consiste en reducir las fracciones a común denominador 18; de este modo, tenemos que:

Posibles resultados	0	1	2	3	4	5
Probabilidad	$\frac{6}{36} = \frac{3}{18}$	$\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$	$\frac{8}{36} = \frac{4}{18}$	$\frac{6}{36} = \frac{3}{18}$	$\frac{4}{36} = \frac{2}{18}$	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
Número de fichas en el vagón	**3**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**