2010.1.- Aritmética y Algebra. (2,5 puntos).

Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 l. de leche, 6 Kg. de jamón serrano y 12 l. de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l. de aceite cuesta el triple que 1 l. de leche y que 1 Kg. de jamón cuesta igual que 4 l. de aceite más 4 l. de leche.

aceite = x

leche = $x/3$

jamón = $4\cdot x + 4\cdot(x/3)$

$$156 = 24\cdot(x/3) + 6\cdot[4\cdot x + 4\cdot(x/3)] + 12\cdot x$$

$$156 = 24/3\cdot x + 6\cdot 4\cdot x + 6\cdot 4/3\cdot x + 12\cdot x$$

$$156 = (8 + 24 + 8 + 12)\cdot x$$

$$x = 156 / 52 = 3$$

aceite = $x = 3$

leche = $x/3 = 3/3 = 1$

jamón = $4\cdot x + 4\cdot(x/3) = 4\cdot(x + x/3) = 4/3\cdot 4x = 16/3\cdot x = 16/3\cdot 3 = 16$

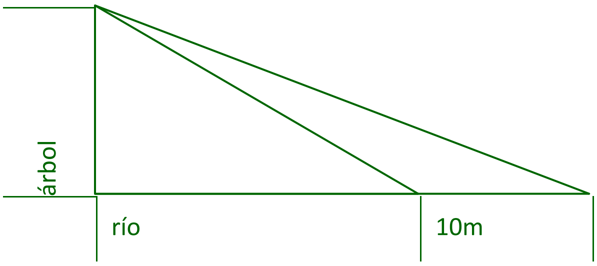
2010.2.- Geometría. (2,5 puntos).

Un árbol y un observador se encuentran en orillas opuestas de un río. El observador mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene 35°. Retrocede 10 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo el resultado de 25°.

a) ¿Qué altura tiene el árbol?.

b) ¿Qué anchura tiene el río?.

Suponiendo despreciable la altura del observador frente a la del árbol, o bien que realiza las medidas a ras del suelo, y que tanto el observador como el árbol se hayan justo en la orilla del río, tendríamos:



árbol = y

río = x

$\operatorname{tg}(35) = 0{,}7002 = y/x \quad \Rightarrow \quad y = 0{,}7002 \cdot x$

$\operatorname{tg}(25) = 0{,}4663 = y/(x+10) \quad \Rightarrow \quad y = 0{,}4663 \cdot (x+10)$

Igualando los 2º miembros: $0{,}7002 \cdot x = 0{,}4663 \cdot (x+10)$

$(0{,}7002 - 0{,}4663) \cdot x = 0{,}4663 \cdot 10$

$0{,}2339 \cdot x = 4{,}663$

$\boxed{x = 4{,}663/0{,}2339 = 19{,}94\text{m}}$ (río)

Sustituyendo x: $\boxed{y = 0{,}7002 \cdot x = 0{,}7002 \cdot 19{,}94 = 13{,}96\text{m}}$ (árbol)

2010.3.- Análisis. (2,5 puntos).

El número de personas atacadas por una determinada enfermedad viene dado por la función:

$$f(x) = -x^2 + 40x + 84$$

donde x representa el número de días transcurridos desde que se descubrió la enfermedad.

Responda razonadamente:

a) ¿Cuántas personas enfermas había a los 3 días desde que se descubrió la enfermedad?

b) ¿Cuántos días deben transcurrir para que desaparezca la enfermedad?

c) ¿Cuál es la tasa de propagación de la enfermedad el 5º día desde su aparición?

d) ¿Qué día se alcanza el número máximo de personas enfermas, y cuál es ese número?

e) Represente gráficamente la función.

a). $f(3) = -3^2 + 40 \cdot 3 + 84 = -9 + 120 + 84 = 195$

b). $f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad -x^2 + 40x + 84 = 0$

$$x = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4\,(-1)\,84}}{2\,(-1)} = \frac{-40 \pm \sqrt{1600+336}}{-2} = \frac{-40 \pm 44}{-2}$$

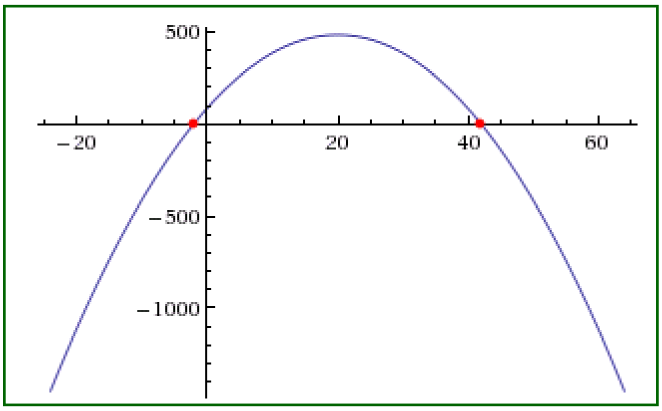
$\cancel{x_1 = -2}$,, $\boxed{x_2 = 42 \text{ (días)}}$

c). $f'(x) = -2x + 40 \quad \Rightarrow \quad f'(5) = -2 \cdot 5 + 40 = 30$ (enfermos/día)

d). $f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad -2x + 40 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x = 40 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 20 \text{ (días)}}$

$f(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 + 84 = -400 + 800 + 84 = 484$ (enfermos)

e).



Es una parábola que corta al eje de abscisas en -2 y 42 y al de ordenadas en 84.

2010.4.- Probabilidad y estadística. (2,5 puntos).

Se tiene una urna con 3 bolas verdes y 2 bolas rojas. Se extraen dos bolas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean verdes?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una sea verde y otra sea roja?

a). Si ambas son verdes, la primera debe ser verde y la segunda también: $p(VV) = p(V_{1ª}) * p(V_{2ª})$

$p(V_{1ª}) = 3/5$

$p(V_{2ª}) = 2/4$

$p(VV) = 3/5 * 2/4 = (3*2) / (5*4) = 6/20 = 3/10$

b). Que cada una sea de un color puede ocurrir de dos maneras: $p(VR)+p(RV)$

En el primer caso: $p(VR) = p(V_{1ª}) * p(R_{2ª}) = 3/5 * 2/4 = (3*2) / (5*4) = 6/20 = 3/10$

En el segundo caso: $p(RV) = p(R_{1ª}) * p(V_{2ª}) = 2/5 * 3/4 = (2*3) / (5*4) = 6/20 = 3/10$

Y finalmente: $p(VR)+p(RV) = 3/10 + 3/10 = 6/10 = 3/5$

2009.1.- Una familia consta de un padre, la madre y un hijo. La suma de las edades actuales de los 3 es de 80 años. Dentro de 22 años, la edad del hijo será la mitad que la de la madre. Si el padre es un año mayor que la madre, ¿qué edad tiene cada uno actualmente?

(Valoración 2,5 puntos.)

Llamamos p, m y h a las edades respectivas del padre, la madre y el hijo. Así planteamos:

$$p + m + h = 80 \qquad [1]$$

$$(h+22) = (m+22) / 2 \qquad [2]$$

$$p = m+1 \qquad [3]$$

Sustituyendo p en [1] por su valor según [3], nos queda:

$$m+1+m+h = 80 \qquad [1']$$

$$(h+22) = (m+22) / 2 \qquad [2]$$

Resolviendo por igualación:

$$h = 80-2m-1 \qquad [1'']$$

$$h = (m-22) / 2 \qquad [2]$$

$$80-2m-1 = (m-22) / 2$$

$$160-4m-2 = m-22$$

$$160+22-2 = m+4m$$

$$5m = 180$$

$$m = 180/5 = 36$$

$$h = 80 - 2m - 1 = 80-2*36-1 = 80-72-1 = 7 \qquad [1'']$$

$$p = m + 1 = 36 + 1 = 37 \qquad [3]$$

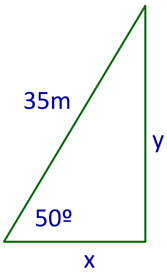
2009.2.- Una escalera de 35m. está apoyada sobre una pared formando con la horizontal (el suelo) un ángulo de 50º:

a) ¿A qué distancia de la pared está colocada la escalera?

b) ¿A qué altura del suelo se encuentra el extremo superior de esta escalera?

c) ¿Qué ángulo debe formar la escalera y el suelo para que el extremo superior de esta escalera se encuentre a una altura de 25m.?

(Valoración 2,5 puntos.)



a). $x = 35 * \cos(50º) = 22{,}5m$

b). $y = 35 * \text{sen}\ (50º) = 26{,}8m$

c). $\alpha = \text{arcsen}\ (25/35) = 45{,}585 = 45º\ 35'\ 5''$

2009.3.- Las ganancias anuales de una compañía vienen dadas por la expresión:

$$G(t) = -t^2 + 8t + 16 \text{ (millones de euros)}$$

siendo t el tiempo transcurrido desde el año 2000.

a) ¿Cuántos millones ganó la empresa el año 2000?

b) ¿En qué años ganará la empresa 31 millones de euros?

c) Represente la función G (t)

d) ¿En qué año tuvo la empresa una ganancia máxima?

e) ¿Qué le ocurrirá a la empresa en el año 2010?

(Valoración 2,5 puntos.)

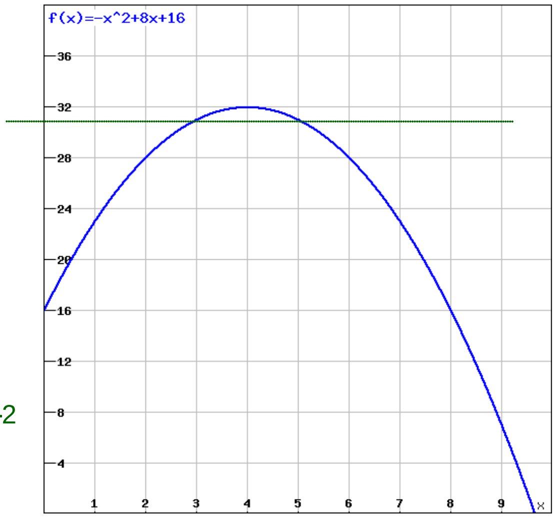
a). $G(0) = -0^2 + 8*0 + 16 = 16$ (millones de euros)

b). $G(t) = 31$ (millones de euros) $\Rightarrow -t^2 + 8t + 16 = 31 \Rightarrow -t^2 + 8t - 15 = 0 \Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0$

$t = [8 \pm \sqrt{(64-60)}] / 2 = (8 \pm 2) / 2 \Rightarrow t_1 = 10/2 = 5$ y $t_2 = 6/2 = 3$

Es decir en $t_1 = 2005$ y $t_2 = 2003$

c). Es una parábola.



d). Gráficamente se ve que fue en el año 2004.

Analíticamente: $G'(t) = -2t + 8$

Si $G'(t)=0 \Rightarrow -2t+8=0 \Rightarrow 2t=8 \Rightarrow t=4$

$G''(t) = -2$,, $G''(4)<0 \Rightarrow$ Máximo

e). Gráficamente se ve que habrá entrado en pérdidas.

Analíticamente: $G(t) = 0 \Rightarrow -t^2 + 8t + 16 = 0 \Rightarrow t = [-8 \pm \sqrt{(64+64)}] / -2 =$

$= (-8\pm8\sqrt{2})/-2 = 4*(1\pm\sqrt{2}) \Rightarrow \boxed{t_1 = 9{,}66}$ y $\boxed{\cancel{t_2 = -1{,}66}}$

2009.4.- Una urna contiene 10 bolas rojas, 15 bolas negras y 15 bolas azules.

Si sacamos una bola al azar halle la probabilidad:

a) de que esta bola sea roja.

b) de que esta bola sea negra o azul.

Si sacamos 2 bolas al azar, halle la probabilidad:

c) de que las 2 bolas sean negras suponiendo que cada vez que sacamos una bola la volvemos a meter en la urna.

d) de que una bola sea negra y la otra roja suponiendo que cada vez que sacamos una bola la volvemos a meter en la urna.

e) de que una bola sea negra y la otra roja suponiendo que cada vez que sacamos una bola no la volvemos a meter en la urna.

(Valoración 2,5 puntos.)

a). p(R) = 10 / (10+15+15) = 10/40 = 1/4

b). p(N) ó p(A) = p(N) + p(A) = 15/40 + 15/40 = 30/40 = 3/4

c). p(NN) = p(N) * p(N) = 15/40 * 15/40 = 3/8 * 3/8 = 9/64

d). p(NR) + p(RN) = p(N)*p(R) + p(R)* p(N) = 15/40*10/40 + 10/40*15/40 = 2*(15/40*10/40) = 2*(3/8*1/4) =

= (2*3)/(8*4) = 3/16

e). <u>OJO</u> -> Sin Reposición => p(NR) + p(RN) = p(N)*p(R) + p(R)*p(N) = 15/40*10/39 + 10/40*15/39 =

= 2*(15/40*10/39) = 5/(2*13) = 5/26

2008.1.- Resolver la siguiente ecuación realizando la descomposición del polinomio mediante la regla de Ruffini:

$$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 = 0$$

(Valoración 2,5 puntos.)

	1	5	5	-5	-6
-3		-3	-6	3	6
	1	2	-1	-2	0
-2		-2	0	2	
	1	0	-1	0	
1		1	1		
	1	1	0		
-1		-1			
	1	0			

(x+3)*(x+2)*(x-1)*(x+1)=0

x=-3, x=-2, x=+1, x=-1

2008.2.- De los tornillos que se producen en una fábrica, el 60 % son producidos por la máquina A, y el resto, por una máquina B. El 12 % de los tornillos producidos por A son defectuosos y el 8 % de los producidos por B son defectuosos.

a). Elegido al azar un tornillo producido por esa fábrica, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

b). Se elige al azar un tornillo y resulta que es defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la máquina A?

(Valoración 2,5 puntos.)

a). p(defectuoso) = p(de A y defectuoso) + p(de B y defectuoso) = 60/100*12/100 + 40/100*8/100 =

= 0,6*0,12 + 0,4*0,08 = 0,072 + 0,032 **= 0,104 = 10,4%**

b). p(de A y defectuoso) / p(defectuoso) = 0,072/0,104 **= 0,692 = 69,2%**

2008.3.- Una empresa dedicada al montaje de dispositivos para aviones ha calculado que la media de dispositivos que prepara cada trabajador viene dada por la siguiente función:

$$f(x) = \frac{60 * x}{x + 5}$$

siendo x el tiempo en días que el trabajador ha acudido al centro de trabajo.

a). ¿Cuántos dispositivos prepara un trabajador el primer día?

b). ¿Cuántos prepara el quinto día?

c). ¿Y el trigésimo día?

d). ¿Al cabo de cuantos días prepara 50 dispositivos?

e). Discute qué ocurre cuando el número de días es muy grande y explica su significado

(Valoración 2,5 puntos.)

a). f(1) = 60*1/(1+5) = 60/6 = 10

b). f(5) - f(4) = 60*5/(5+5) - 60*4/(4+5) = 30 - 80/3 = 10/3 = 3,33

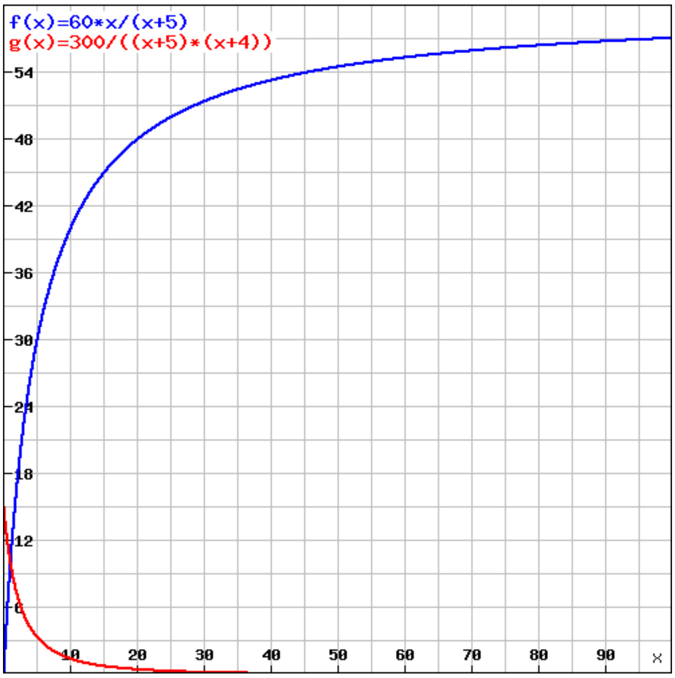
c). f(30) - f(29) = 60*30/(30+5) - 60*29/(29+5) = 360/7 - 870/17 = (360*17-870*7)/(7*17) = 30/119 = 0,2521

d). f(x) = 50 => 60x/(x+5) = 50 => 60x = 50x + 250 => 60x-50x = 250 => 10x = 250 => x=25días

e). Que la productividad de ese día tiende a cero, porque la máxima producción posible son 60 dispositivos a tiempo infinito.

<u>AMPLIACIÓN:</u> A la derecha podemos ver representadas gráficamente en azul la función del problema f(x), que representa la producción acumulada; y en rojo, g(x) = f(x) - f(x-1), que representa la producción de cada día.

Vemos que como la producción diaria tiende a cero conforme aumenta el tiempo, y la producción acumulada tiende a estancarse bajo las 60 unidades.



2008.4.- Una empresa dispone de 29.600 euros para actividades de formación de sus cien empleados. Después de estudiar las necesidades de los empleados, se ha decidido organizar tres cursos: A, B y C. La subvención por persona para el curso A es de 400 euros, para el curso B es de 160 euros y de 200 para el curso C. Si la cantidad que se dedica al curso A es cinco veces mayor que la correspondiente al B, ¿Cuántos empleados siguen cada curso?

(Valoración 2,5 puntos.)

En base al enunciado del problema podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$a + b + c = 100 \qquad [1]$$

$$400*a + 160*b + 200*c = 29.600 \qquad [2]$$

$$400*a = 5*160*b + 160*b^{(1)} \qquad [3]$$

siendo a, b, y c el número de personas que siguen, respectivamente, los cursos A, B y C.

Despejando a en [3] y sustituyéndolo en [1] y [2]:

$$a = 12/5*b \qquad [3']$$

$$12/5*b + b + c = 100 \qquad [1']$$

$$400*12/5*b + 160*b + 200*c = 29.600 \qquad [2']$$

Reordenando y simplificando:

$$17/5*b + c = 100 \qquad [1'']$$

$$28*b + 5*c = 740 \qquad [2'']$$

Por igualación:

$$100 - 17/5*b = (740-28*b) / 5$$

$$500 - 17*b = 740 - 28*b \quad => \quad 11*b = 240 \quad => \quad \boxed{b = 240/11 = 21{,}82 \approx 22}$$

$$\boxed{c = 100 - 17/5*b = 100 -17/5*21{,}82 = 25{,}82 \approx 26}$$

$$\boxed{a = 12/5*b = 12/5*21{,}82 = 52{,}37 \approx 52}$$

---

(1) **OJO =>** El enunciado dice: "*la cantidad que se dedica al curso A es cinco veces mayor que la correspondiente al B", luego A=6B, porque, en sentido estricto, 6B es 5 veces mayor que B. Para que fuera A=5B debería de decir: "la cantidad que se dedica al curso A es cinco veces la correspondiente al B", o bien " la cantidad que se dedica al curso A es el quíntuple de la correspondiente al B".*

2007.1.- En las bibliotecas de seis ciudades se han analizado la afluencia de lectores (X) (expresada en miles de personas) y el número de libros prestados (Y), obteniéndose los siguientes datos:

X	0,5	1,0	1,3	1,7	2,0	2,5
Y	180	240	250	300	340	400

¿Cuál es el número medio de libros prestados en el conjunto de bibliotecas?

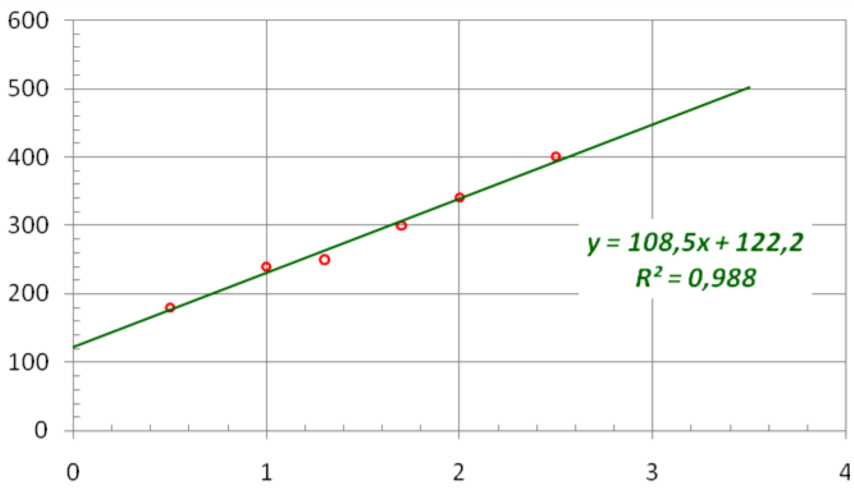
Ajusta estos datos a una recta en la que obtener el número de libros prestados a partir del número de lectores que van a la biblioteca.

Si acudiesen 1.500 lectores a una biblioteca, ¿cuántos libros se prestarían?

(Valoración 1,5 puntos.)

a). <Y> = (180 + 240 + 250 + 300 + 340 + 400) / 6 = 1.710/6 = 285 libros prestados/biblioteca

b).



c). Gráficamente: Podemos ver que en x=1,5; la línea de ajuste pasa próxima a 280.

Con la ecuación de la recta podemos calcular que: Y = 108,5*1,5 + 122,2 = 284,95 ≈ **285 libros**

Numéricamente:

<Yp> = (180 + 240 + 250 + 300 + 340 + 400) / (0,5 + 1,0 + 1,3 + 1,7 + 2,0 + 2,5) = 1.710/9 = 190 libros/1000lectores

Nº libros/1.500 lectores = 190 * 1,5 = 285 libros.

2007.2.- Un estudio sobre el rendimiento de las trabajadoras de una empresa dedicada a la fabricación de botones, medido en cantidad de botones que producen a lo largo de la jornada laboral, revela que la producción varía con el paso del tiempo según la función siguiente:

$$N(x) = 20x^2 - x^3 - 0'0625x^4$$

en la que x representa el tiempo en horas transcurrido desde el comienzo de la jornada laboral y N(x) el número total de botones producidos. Se pide:

a). El número de botones producidos al cabo de una hora y a las ocho horas.

b). La producción media por hora a lo largo de una jornada de 8 horas.

c). Los botones por hora que se producen entre la segunda y quinta hora.

d). La función que nos dice la velocidad de producción de botones en cada hora.

e). El momento en el que la velocidad de producción de botones es máxima y el valor de dicha velocidad.

(Valoración 2 puntos.)

a). $N(1) = 20*(1)^2 - (1)^3 - 0,0625*(1)^4 = 20 - 1 - 0,0625 = 18,9375$ botones durante la 1ª hora

$N(8) = 20*(8)^2 - (8)^3 - 0,0625*(8)^4 = 1280 - 512 - 256 = 512$ botones durante las primeras 8 horas

b). <Producción 8h> = 512/8 = 64 botones/hora

c). $N(2) = 20*(2)^2 - (2)^3 - 0,0625*(2)^4 = 80 - 8 - 1 = 71$ botones durante las 2 primeras horas

$N(5) = 20*(5)^2 - (5)^3 - 0,0625*(5)^4 = 500 - 125 - 39,0625 = 335,9375$ botones durante las primeras 5 horas

$N(5) - N(2) = 335,9375 - 71 = 264,9375$ botones entre la segunda y la quinta horas

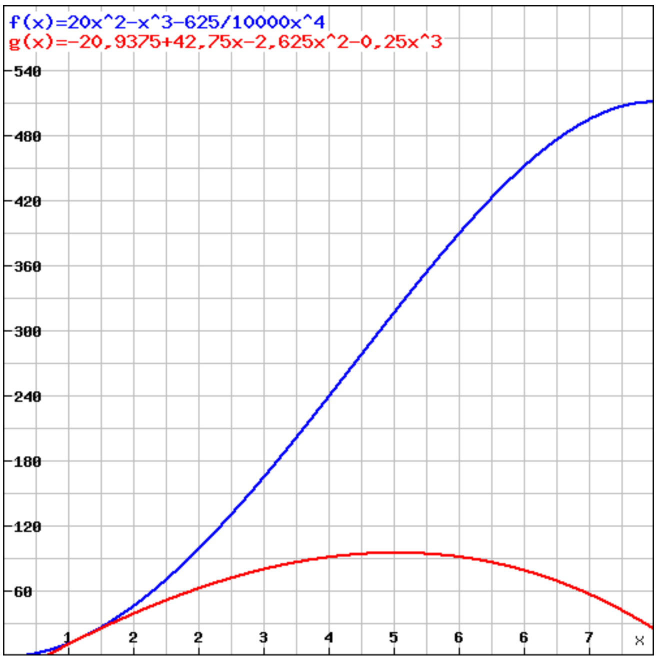
d). $P(x) = N(x) - N(x-1) = 20x^2 - x^3 - 0'0625x^4 - [20(x-1)^2 - (x-1)^3 - 0'0625(x-1)^4] = -20,9375 + 42,75x - 2,625x^2 - 0,25x^3$

e). $P'(x) = 42,75 - 5,25x - 0,75x^2$ y $P'(x) = 0 \Rightarrow 42,75 - 5,25x - 0,75x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = \cancel{-11,82}$ $\boxed{x_2 = 4,82}$

$P(4,82) = -20,9375 + 42,75*(4,82) - 2,625*(4,82)^2 - 0,25*(4,82)^3 = 96$ botones/hora

AMPLIACIÓN: *A la derecha podemos ver representadas gráficamente en azul la función del problema f(x), que representa la producción acumulada; y en rojo, g(x) = f(x) - f(x-1), que representa la producción horaria.*

Vemos como la producción acumulada aumenta hasta alcanzar su máximo en la 8ª hora, mientras que la producción horaria lo hace aproximadamente hasta la 5ª hora, momento en el cuál comienza a disminuir.



2007.3.- En unas oposiciones con 80 temas se eligen dos al azar. Si un opositor ha preparado solamente 20, se pide:

a). La probabilidad de saber un tema, al menos, de los dos elegidos.

b). La probabilidad de saber los dos temas elegidos.

c). El incremento de probabilidad que se produce al pasar de estudiar 20 a estudiar 25 temas (de que al menos un tema haya sido elegido).

(Valoración 2 puntos.)

B={saber el tema}

M={No saber el tema}

a). 20 temas => $p(BM) + p(MB) + p(BB) = p(B_1)*p(M_2) + p(M_1)*p(B_2) + p(B_1)*p(B_2) =$

$= 20/80*60/79 + 60/80*20/79 + 20/80*19/79 = (20*60)/(80*79) + (20*60)/(80*79) + (20*19)/(80*79) =$

$= (20*60 + 20*60 + 20*19) / (80*79) = 20*(60+60+19) / (80*79) = 139/(4*79) = 0{,}4399 \approx 44\%$

b). 20 temas => $p(BB) = p(B_1)*p(B_2) = 20/80*19/79 = 19/(4*79) = 0{,}0601 \approx 6\%$

c). 25 temas => $p(BM) + p(MB) + p(BB) = p(B_1)*p(M_2) + p(M_1)*p(B_2) + p(B_1)*p(B_2) =$

$= 25/80*55/79 + 55/80*25/79 + 25/80*24/79 = (25*55)/(80*79) + (25*55)/(80*79) + (25*24)/(80*79) =$

$= (25*55 + 25*55 + 25*24) / (80*79) = 25*(55+55+24) / (80*79) = (25*134)/(80*79) = 0{,}5301 \approx 53\%$

Δp(de 20 a 25) = p(al menos 1 de 25) - p(al menos 1 de 20) = 53 - 44 = 9%

2007.4.- Se considera la curva:

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

Se pide:

a). Dominio de definición.

b). Simetrías.

c). Cortes con los ejes.

d). Asíntotas. Corte con las asíntotas.

e). Máximos, mínimos relativos, intervalos de crecimiento y decrecimiento.

f). Representación gráfica.

(Valoración 3 puntos.)

a). La función existe en todo R salvo aquellos valores que hacen nulo el denominador, es decir:

$x^2 - 4 = 0$ => $x^2 = 4$ => $\boxed{x_1=+2}$ y $\boxed{x_2=-2}$

b). Respecto al eje OY => f(x) = f(-x) <= Claramente NO existe ya que: f(x)>0 ∀ x>2, y f(-x)<0 ∀ x<-2

Respecto al eje OX => f(x) = -f(x) <= Claramente tampoco porque sólo ocurre con raíces de orden par.

Respecto al origen => f(x) = -f(-x) <= Vemos que para el numerador efectivamente se cumple que: n(x) = -n(-x), mientras que para el denominador ocurre que: d(x) = d(-x), por lo tanto, también se debe verificar que: f(x) = -f(-x)

c). Con el eje X => f(x) = 0 => $x^3 = 0$ => $\boxed{x = 0}$

Con el eje Y => $\boxed{x=0}$

d). Horizontales => No hay

Verticales => En $\boxed{x=2}$ y $\boxed{x=-2}$

Oblicuas => En $\boxed{y=x}$

e). $f'(x) = [x^2*(x^2-12)]/(x^2-4)^2$

Si f'(x)=0 => $x^2-12=0$ => x=±√12 => x=±2√3

∀ x ∈ (-∞,-2√3) ,, f'(x)>0 => f(x) es creciente

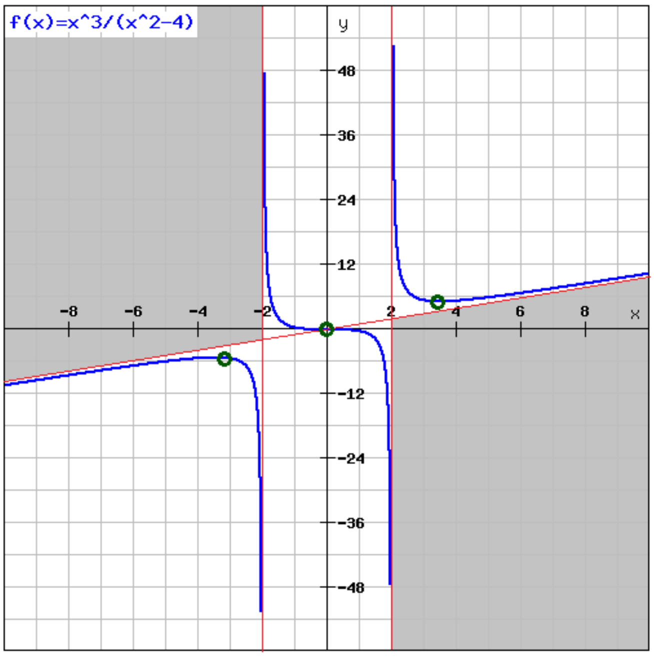
∀ x ∈ (-2√3,+2√3) ,, f'(x)<0 => f(x) es decreciente

∀ x ∈ (+2√3,+∞) ,, f'(x)>0 => f(x) es creciente

x=-2√3 ,, f(x) presenta un máximo relativo

x=+2√3 ,, f(x) presenta un mínimo relativo

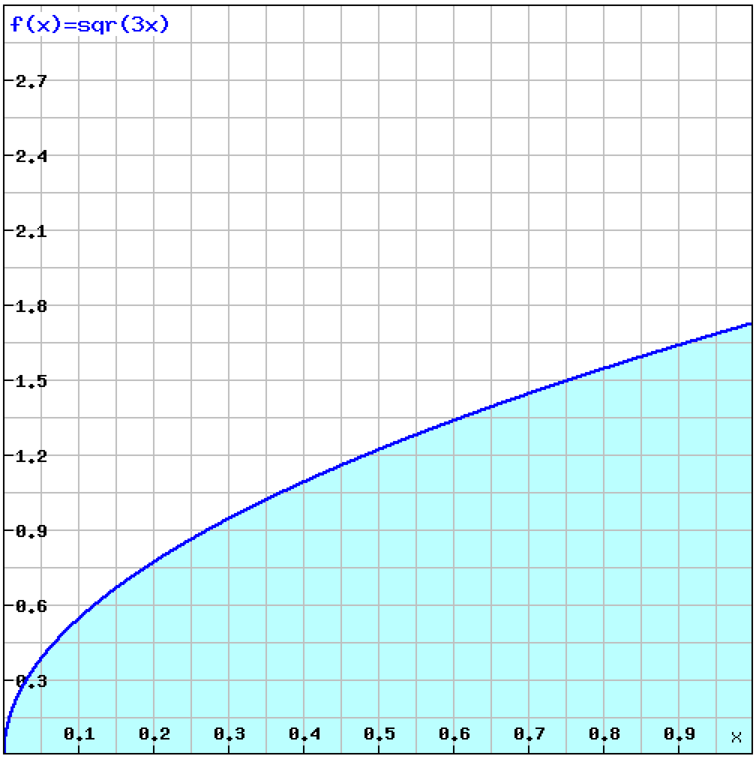
f). Función en azul, Asíntotas en rojo, y puntos singulares en verde. En gris las regiones donde nunca encontraremos la función.



2007.5.- Calcular el área limitada por la curva de ecuación $y^2 = 3x$, el eje OX, y las rectas x = 0 , x = 1

(Valoración 1,5 puntos.)

Ver la nota al pie[2].



$$A = \int_0^1 f(x) * dx$$

siendo $f(x) = y = \sqrt{(3x)} = (3x)^{1/2}$

es decir:

$$A = \int_0^1 (3x)^{1/2} * dx$$

Haciendo el cambio:

3x = t => 3*dx = dt

$$\int (3x)^{1/2} * dx = \frac{1}{3}\int t^{1/2} * dt =$$

$$= \frac{1}{3} * \frac{t^{3/2}}{3/2} = \frac{2}{3^2} * t^{3/2} = \frac{2}{3^2} * (3x)^{3/2} =$$

$$= \frac{2}{3^2} * 3^{3/2} * x^{3/2} = \frac{2*3^{3/2}}{3^2} * x^{3/2} =$$

$$= \frac{2}{3^{1/2}} * x^{3/2}$$

Finalmente:

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} * x^{3/2} \Big|_0^1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad => \quad \boxed{A = 1{,}15}$$

---

[2] *En la práctica, este tipo problemas se pueden resolver de varias maneras: una, analítica, más exacta, resolviendo la integral definida; y otras, poco o bastante menos exactas, recortando y pesando el área azulada y calculando su superficie según el gramaje del papel, o por el método de los trapecios, sumando las áreas de cada uno, o simplemente contando los cuadraditos azulados.*

Aunque lo que se espera aquí es que se resuelva la integral definida.

2006.1.- Un Estado compra 540.000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes, que lo venden a 27, 28 y 31 dólares el barril respectivamente. La factura total asciende a 16 millones de dólares. Si el primer suministrador recibe el 30 % del total del petróleo comprado, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador? Justifica la respuesta.

(Valoración 2.5 puntos.)

Podemos plantear que:

$$x + y + z = 540.000 \qquad [1]$$

$$27x + 28y + 31z = 16.000.000 \qquad [2]$$

$$x = 30/100*540.000 = 162.000 \qquad [3]$$

Sustituyendo en [1] y [2] x por su valor, nos queda:

$$y + z = 378.000 \qquad [1']$$

$$28y + 31z = 11.626.000 \qquad [2']$$

Resolviendo por sustitución (despejamos y en [1'] y la sustituimos en [2']):

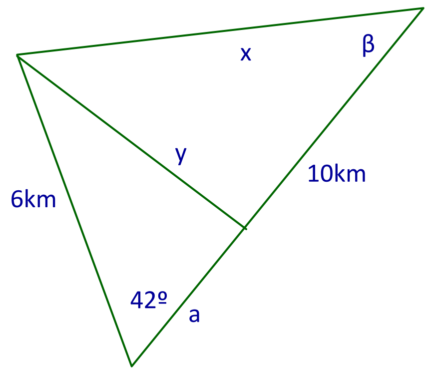
$$28*(378.000-z) + 31z = 11.626.000 \qquad [2'']$$

$$3z = 1.042.000 \quad \Rightarrow \quad z = 347.333$$

$$y = 378.000 - 347.333 = 30.667 \qquad [1'']$$

2006.2.- Un controlador aéreo observa en la pantalla a dos aviones A y B que distan respectivamente 6 y 10 Km. del aeropuerto. Si desde la torre de control se puede observar estos aviones con un ángulo de 42° ¿Qué distancia hay entre los dos aviones?

(Valoración 2 puntos.)



En el triángulo inferior podemos plantear que:

sen(42) = y/6 => y = 6*sen(42)

cos(42) = a/6 => a = 6*cos(42)

En el triángulo superior podemos plantear que:

tg(β) = y/(10-a) = 6*sen(42)/(10-6*cos(42)) =
= 3*sen(42)/(5-3*cos(42)) = 0,7245

luego:

β = arctg(0,7245) = 35,92º

También necesitamos plantear (en el superior) que:

cos(β) = (10-a)/x => x = (10-a)/cos(β)

De donde inmediatamente se calcula: x= [10-6*cos(42)]/cos(35,92) = 6,84km

2006.3.- Dada la función $f(x) = \frac{3}{x^2-5x+4}$, determina:

a) Dominio y corte con los ejes
b) Asíntotas y regiones
c) Monotonía y extremos de la función
d) Representación gráfica.

(Valoración 3 puntos.)

a). Dominio = Todo R menos los valores que anulen el denominador de la función.

$x^2 - 5x + 4 = 0$ => $x = [5\pm\sqrt{(25-16)}]/2 = (5\pm3)/2$ => $\boxed{x_1=4}$ y $\boxed{x_2=1}$

Corte OX => y=0 <= No hay ningún valor de x que anule la función.

Corte OY => $\boxed{x=0 \ , \ y=3/4}$

b).

Asíntotas	**Regiones**
Horizontales => En y=0	∀ x ∈ (-∞,1) ,, f(x)>0
Verticales => En **x=1** y **x=4**	∀ x ∈ (1,4) ,, f(x)<0
Oblicuas => No hay	∀ x ∈ (4,+∞) ,, f(x)>0

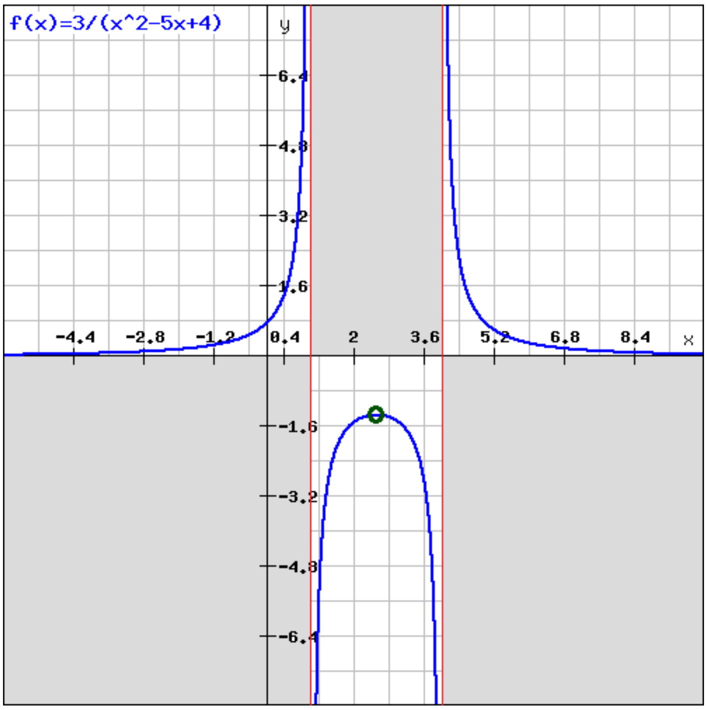
c). $f'(x) = -3*(2x-5)/(x^2-5x+4)^2$

Si f'(x)=0 => 2x-5=0 => x=5/2

Hay un máximo relativo en: $\boxed{x=5/2 \ , \ y=-4/3}$

∀ x ∈ (-∞,1) ,, f'(x)>0 => f(x) es creciente
∀ x ∈ (1,5/2) ,, f'(x)>0 => f(x) es creciente
∀ x ∈ (5/2,4) ,, f'(x)<0 => f(x) es decreciente
∀ x ∈ (4,+∞) ,, f'(x)<0 => f(x) es decreciente

d). Función en azul, Asíntotas en rojo, y puntos singulares en verde. En gris claro las regiones donde no encontraremos nunca la función.



2006.4.- En una empresa de 20 trabajadores se ha comprobado que cada uno de ellos falta al trabajo el 4 % de los días. Calcula la probabilidad de que en un día determinado:

a) No se registre ninguna ausencia

b) Falten al trabajo menos de tres trabajadores

c) Falte un único empleado

(Valoración 2.5 puntos.)

a). p(almenos1Falta) = 20*p(Falta) = 20*4/100 = 4/5

p(noFalta) = 1 - p(almenos1Falta) = 1 - 4/5 = 1/5 = 20%

b). p(1Falta) = 20*4/100*$(96/100)^{19}$ = 0,3683 = 36,83%

p(2Faltas) = 20*19*$(4/100)^{2}$*$(96/100)^{18}$ = 0,2916 = 29,16%

p(2FaltasMáximo) = p(noFalta)+p(1Falta)+p(2Faltas) = 0,20 + 0,3683 + 0,2916 = 0,8599 = 85,99%

c). p(1Falta) = 36,83% (Anteriormente calculada)

2005.1.- Siendo X e Y matrices, y: $2X + 3Y = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $3X + Y = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ -7 & 9 \end{bmatrix}$

a) Resuelva el sistema:

b) Calcule la matriz inversa de la matriz X obtenida.

(Valoración 2,5 puntos.)

a).

$$2 * \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} + 3 * \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3 * \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$$

De donde se infieren las siguientes ecuaciones y sistemas:

Sistemas	De la 1ª ecuación matricial	De la 2ª ecuación matricial	Soluciones	
1º =>	$2*x_{11} + 3*y_{11} = 7$	$3*x_{11} + y_{11} = 7$	$x_{11} = 2$	$y_{11} = 1$
2º =>	$2*x_{12} + 3*y_{12} = 2$	$3*x_{12} + y_{12} = 3$	$x_{12} = 1$	$y_{12} = 0$
3º =>	$2*x_{21} + 3*y_{21} = 0$	$3*x_{21} + y_{21} = -7$	$x_{21} = -3$	$y_{21} = 2$
4º =>	$2*x_{22} + 3*y_{22} = -1$	$3*x_{22} + y_{22} = 9$	$x_{22} = 4$	$y_{22} = -3$

De forma que las matrices problema son:

X = $\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$	**Y =** $\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} \end{pmatrix}$

b). Se tiene que verificar que: $X * X^{-1} = I$, por lo tanto:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x'_{11} & x'_{12} \\ x'_{21} & x'_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sistemas	1º => $X*X'_{C1}$	2º => $X*X'_{C2}$
Ecuaciones	$2*x'_{11} + x'_{21} = 1$	$2*x'_{12} + x'_{22} = 0$
	$-3*x'_{11} + 4*x'_{21} = 0$	$-3*x'_{12} + 4*x'_{22} = 1$
Soluciones	$x'_{11} = 4/5$	$x'_{12} = -1/5$
	$x'_{21} = -3/5$	$x'_{22} = 2/5$

De forma que X^{-1} es:

$$\mathbf{X^{-1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{4/5} & \mathbf{-1/5} \\ \mathbf{-3/5} & \mathbf{2/5} \end{pmatrix}$$

2005.2.- Halle los valores de a, b y c sabiendo que la función $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un mínimo relativo en (2, -19) y derivada segunda nula para x = 1/2

(Valoración 2,5 puntos.)

Si f''(1/2) = 0 ,, como: f''(x) = 12x + 2a ,, entonces: 12*1/2 + 2a = 0 => $\boxed{a = -3}$

y nuestra función será ahora: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + bx + c$

Por otro lado, los extremos relativos se encuentran en los valores que anulan la primera derivada, y como sabemos que en x=2 prenta uno, se verificará que:

$f'(x) = 6x^2 - 6x + b$

Si f'(2)=0 ,, entonces: $6*2^2 - 6*2 + b = 0$, o sea: $\boxed{b = -12}$

y nuestra función será ahora: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + c$

Finalmente, si (2,-19) es un punto de la función, satisfará ésta, luego:

$$-19 = 2*2^3 - 3*2^2 - 12*2 + c$$

$$\boxed{c = 1}$$

De modo que f(x) resultará:

$$\boxed{\mathbf{f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1}}$$

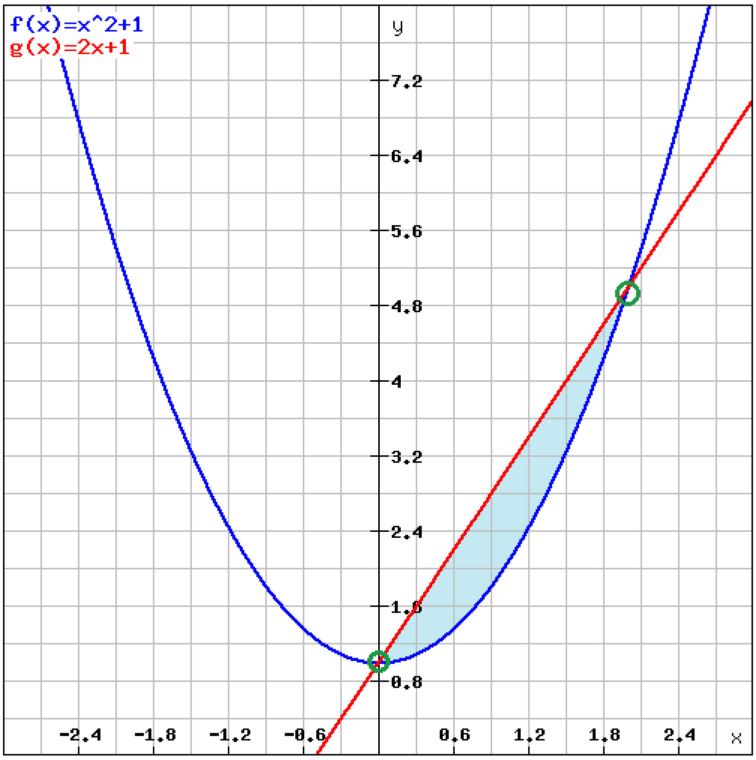
2005.3.- Dadas las funciones: $f(x) = x^2 + 1$ y $g(x) = 2x + 1$

a) Represente ambas funciones.

b) Calcule el área limitada por ambas funciones.

(Valoración 2,5 puntos.)

a). f(x) en azul, g(x) en rojo, puntos de corte en verde. En azul claro el área limitada por ambas funciones.



b). Puntos de corte: f(x) = g(x)

$$x^2 + 1 = 2x + 1$$
$$x^2 - 2x = 0$$
$$x*(x-2) = 0$$
$$\boxed{x1 = 0}$$
$$x - 2 = 0$$
$$\boxed{x2 = 2}$$

Si no sabemos cómo están las funciones, podemos suponer que f(x) está por encima de g(x), entonces:

f(x)-g(x) = $x^2 - 2x$

Área = $\int_0^2 (x^2 - 2x) * dx$ =

= $\frac{x^3}{3} - x^2 |_0^2$ = $2^3/3 - 2^2$ = 8/3 - 12/3 = -4/3

lo que indica que g(x) está por encima de f(x), y no al revés, como habíamos supuesto.

Así pues, $\boxed{\text{Área} = 1,25}$.

2005.4.- Un laboratorio afirma que un medicamento causa efectos secundarios en una proporción de 4 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, otro laboratorio elige al azar a 5 pacientes a los que administra este medicamento.

Determine:

a) Probabilidad de que ningún paciente tenga efectos secundarios.

b) Probabilidad de que al menos dos tengan efectos secundarios.

c) ¿Cuál es el número medio de pacientes que espera el laboratorio que sufran efectos secundarios si elige 350 pacientes al azar?

(Valoración 2,5 puntos.)

a). p(ninguno) = p(no1º & no2º &no3º & no4º & no5º) = p(no1º)*p(no2º)*p(no3º)*p(no4º)*p(no5º) = p(no1º)^5 =
= [1 - p(1º)]^5 = (1 - 0,04)^5 = 0,96^5 = 0,8154 = 81,54%

b). p(al menos2) = p(al menos 1) - p(sólo 1)

p(al menos 1) = 1 - p(ninguno) = 1 - 0,8154 = 0,1846

p(sólo 1) = p(1º) + p(2º) + p(3º) + p(4º) + p(5º) = 5*p(1º) = 5*0,04*0,96*0,96*0,96*0,96 = 0,1699

p(al menos2) = 0,1846 - 0,1699 = 0,0147 = 1,47%

c). Nº pacientes con efectos secundarios = 350 * 4 / 100 = 14

2004.1.- Dado el sistema:

x + y + z = m

x - y + mz = 1

2x + my + z = m

a) Discutir sus soluciones en función del valor que tome el parámetro m

b) Resolver el sistema para el caso en que m = 2

(Valoración 2,5 puntos.)

a). Diagonalizamos la matriz de coeficientes ampliada:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & m & 1 \\ 2 & m & 1 & m \end{array}\right) \xrightarrow{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & m \\ 0 & -2 & m-1 & 1-m \\ 0 & m-2 & -1 & -m \end{array}\right) \xrightarrow[F_2/-2]{F_3-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & m \\ 0 & 1 & -(m-1)/2 & (m-1)/2 \\ 0 & m-2 & -1 & -m \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[F_3-F_2]{F_3/(m-2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & m \\ 0 & 1 & -(m-1)/2 & (m-1)/2 \\ 0 & 0 & [m*(m-3)]/[2*(m-2)] & (-m^2+m-2)/[2*(m-2)] \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_3*[2*(m-2)]/[m*(m-3)]} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & m \\ 0 & 1 & -(m-1)/2 & (m-1)/2 \\ 0 & 0 & 1 & -(m^2-m+2)/[m*(m-3)] \end{array}\right)$$

Ahora ya podemos resolver el sistema escalonado:

x + y + z = m [A]

y - (m-1)/2*z = (m-1)/2 [B]

z = -(m^2-m+2)/[m*(m-3)] [C]

que únicamente será incompatible si m=3, pues en la anterior ecuación [C] se observa que (m-3) es uno de los factores del denominador, y resultaría nulo en ese caso, resultando z=-8/0, matemáticamente imposible de calcular.

b).

z = -(2^2-2+2)/[2*(2-3)] = -4/-2 = 2 $\boxed{z = 2}$ [C]

y = (2-1)/2 + (2-1)/2*2 = 1/2 + 1 = 3/2 $\boxed{y = 3/2}$ [B]

x = 2 - 3/2 - 2 = -3/2 $\boxed{x = -3/2}$ [A]

2004.2.- El coste de fabricación de x unidades de un cierto artículo viene dado por: $C(X) = 3x^2 + 5x + 75$, siendo C(x) el coste en €.

El coste medio por unidad viene dado por: $\boldsymbol{M(x) = \frac{C(x)}{x}}$

Se pide:

a) ¿Cuántas unidades se deben de fabricar para que el coste medio por unidad sea mínimo?

b) Calcular C(x) y M(x) para el valor de x hallado

(Valoración 2,5 puntos.)

a). Si M(x) es mínimo para $x=x_n$, entonces $M'(x_n)=0$ y $M''(x_n)>0$

$M(x) = \frac{3x^2 + 5x + 75}{x} = 3x + 5 + \frac{75}{x}$

$M'(x) = 3 - \frac{75}{x^2}$,, $M'(x_n)=0$ => $3 - \frac{75}{x^2}=0$ => $\boxed{x_n = 5}$

Comprobamos que: $M''(x) = \frac{150}{x^3}$,, $M'(x_n) = \frac{150}{5^3} > 0$ <= Mínimo para $x = x_n$

b). $C(5) = 3 * 5^2 + 5 * 5 + 75$ = 75+25+75 => $\boxed{C(5) = 175\text{ €}}$

$M(x) = 3x + 5 + \frac{75}{x} = 3 * 5 + 5 + \frac{75}{5}$ = 15+5+15 => $\boxed{M(x) = 35\text{ €/ud.}}$

2004.3.- Dada la función: $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 2 & si \quad x \le 1 \\ x - 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) Dibujar su gráfica

b) Hallar el área limitada por la gráfica de dicha función, el eje OX y las rectas x = 0 y x =1

(Valoración 2,5 puntos.)

a).

Dominio: $\forall$ x $\in \mathbb{R}$ $\exists$ f(x)

Corte con los ejes: OX: f(x)=0 $\Rightarrow$ $-2x^2 + 2 = 0$ $\Rightarrow$ $x^2 - 1 = 0$ $\Rightarrow$
$x^2 = 1$ $\Rightarrow$ x_1=+1 x_2=-1 $\Rightarrow$ $\boxed{(1,0)}$ y $\boxed{(-1,0)}$

OY: x=0 ,, f(x)=2 $\Rightarrow$ $\boxed{(0,2)}$

Regiones: $si \ x \le 1$ $\Rightarrow$ f(x) $\le$ 2
$si \ x > 1$ $\Rightarrow$ f(x) > 0

Asíntotas: Horizontal: No tiene $\Leftarrow$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} f(x) = k$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{f(x) = k}}$

Vertical: No tiene $\Leftarrow$ $\lim_{x\to k} f(x) = \pm\infty$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{x = k}}$

Oblicua: No tiene $\Leftarrow$ $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = m$,, $\lim_{x\to\infty}[f(x) - m * x] = n$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{f(x) = m*x + n}}$

Continuidad: La función es continua en todo el dominio de definición, porque lo es en todos sus puntos, incluso en x=1, ya que $f(1^+) = f(1^-) = 0$. En efecto: $-2 * 1^2 + 2 = 1 - 1 = 0$

Simetrías: Eje OX: Se tendría que verificar: {$\forall$ x $\in$ Dominio $\exists$ f(x) y -f(x)} (Sólo ocurre en las raíces de orden par)
Eje OY: No tiene porque f(x) ≠ f(-x).
Origen: No tiene porque f(x) ≠ -f(-x).

Periodicidades: No tiene porque no es una función trigonométrica.

Monotonía: $f'(x) = \begin{cases} -4x & si \quad x \le 1 \\ 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$

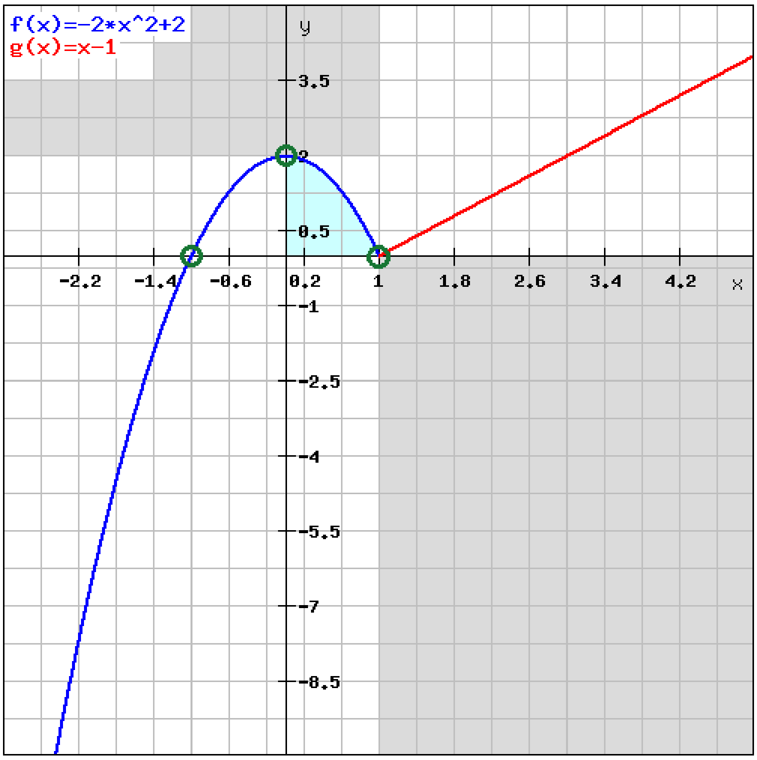
f'(x) = 0 $\Rightarrow$ x = 0 $\Rightarrow$ $\begin{cases} \forall x \in (-\infty, 0) ,, & f'(x) > 0 \Rightarrow Creciente \\ \forall x \in (0,1) ,, & f'(x) < 0 \Rightarrow Decreciente \\ \forall x \in (1, \infty) ,, & f'(x) > 0 \Rightarrow Creciente \end{cases}$

Extremos relativos:
Máximo: x=0 porque la función pasa de Creciente a Decreciente
Mínimo: x=1 porque la función pasa de Decreciente a Creciente

Concavidad:
$f''(x) = \begin{cases} -4 & si \quad x \le 1 \\ 0 & si \quad x > 1 \end{cases}$ f"(x) = 0 $\Rightarrow$ x > 1

$\Rightarrow \begin{cases} \forall x \in (-\infty, 1) ,, & f''(x) < 0 \Rightarrow Cóncava \\ \forall x \in (1, \infty) ,, & f''(x) = 0 \Rightarrow Recta \end{cases}$

En gris claro las regiones de exclusión de la función, en azul el primer tramo, en rojo el segundo, en verde los puntos singulares, y en celeste el área solicitada en el apartado b.



b).

Área = $\int_0^1 (-2x^2 + 2) * dx$ **=** -2 * $\int_0^1 (x^2 - 1) * dx$ **=** -2 * $\left[\int_0^1 x^2 * dx - \int_0^1 dx\right]$ **=** -2 * $\left[\frac{x^3}{3}\Big|_0^1 - x|_0^1\right]$ **=**

= -2 * $\left[\frac{1}{3} - 1\right]$ **=** (-2)*(-2/3) **=** 4/3 **=** $\boxed{\mathbf{1{,}33}}$

2004.4.- El 25% de los habitantes de un determinado país son rubios, y el resto son morenos. Un 45% de los rubios y un 20% de los morenos tienen los ojos azules. Se elige un habitante al azar y se pide:

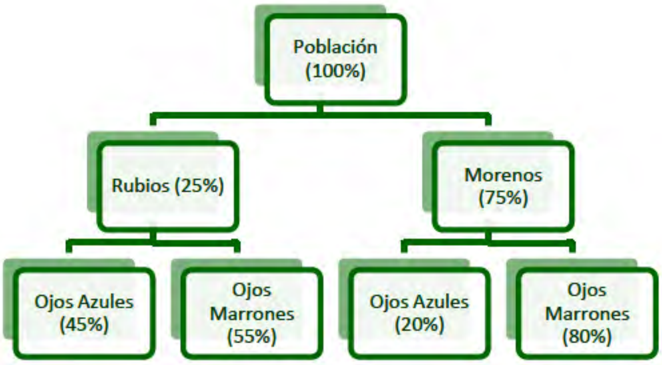
a) Realizar un diagrama de árbol con todas las posibilidades

b) Calcular la probabilidad de que tenga los ojos azules

c) Calcular la probabilidad de que sea moreno, sabiendo que tiene los ojos azules

(Valoración 2,5 puntos)

a)



b). p(OjosAzules) = p(Rubio&OjosAzules) + p(Moreno&OjosAzules) = 0,25*0,45 + 0,75*0,20 =

= 0,1125 + 0,15 = **0,2625 = 26,25%**

c). p(Moreno) = p(Moreno&OjosAzules) / p(OjosAzules) = 0,15 / 0,2625 = **0,5714 = 57,14%**

2003.1.- Se dispone de un depósito de 36 litros de capacidad y de tres medidas diferentes que llamamos A, B y C. Se sabe que el volumen de A es el doble que del de B, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?

(Valoración 2,5 puntos.)

$A = 2*B$

$A + B + C = 36$

$A + B = 36/2 = 18$

$2*B + B = 18 \Rightarrow 3*B = 18 \Rightarrow B = 18/3 \Rightarrow \boxed{B = 6}$

$A = 2*B = 2*6 \Rightarrow \boxed{A = 12}$

$C = 36 - A - B = 36 - 12 - 6 = 36 - 18 \Rightarrow \boxed{C = 18}$

2003.2.- Estudia y discute el sistema según los valores de "a" , y resuelve en su caso:

$$5x - 3y + z = 1 \qquad [1]$$

$$2x + ay + 3z = a + 1 \qquad [2]$$

$$x - 9y - 5z = -7 \qquad [3]$$

(Valoración 2,5 puntos.)

Multiplicando [3] por (-5), sumándola a [1], y simplificando, tenemos:

$$21y + 13z = 18 \qquad [4]$$

Por otro lado, multiplicando [3] por (-2) y sumándola a [2] tenemos:

$$(9+a)y + 13z = (a+15) \qquad [5]$$

De [4] y [5], por igualación:

$$18 - 21y = (a+15) - (9+a)y \Rightarrow [(9+a)-21]y = (a+15)-18 \Rightarrow (a-12)y = (a-3) \Rightarrow \boxed{y = \frac{(a-3)}{(a-12)}} \qquad [6]$$

De [4], despejando "z", y sustituyendo "y" por su valor:

$$z = \frac{18-21*\frac{(a-3)}{(a-12)}}{13} = \frac{18*(a-12)-21*(a-3)}{13*(a-12)} \Rightarrow \boxed{z = -\frac{3}{13}*\frac{(a+731)}{(a-12)}} \qquad [7]$$

Finalmente, despejando "x" en [3] y sustituyendo "y" y "z" por sus valores, tendremos:

$$x = -7 + 9y + 5z = -7 + \frac{9*(a-3)}{(a-12)} - \frac{15}{13}*\frac{(a+731)}{(a-12)} = \frac{-7*13*(a-12)+9*13*(a-3)-15*(a+731)}{13*(a-12)}$$

$$\boxed{x = \frac{11a - 10.224}{13*(a-12)}} \qquad [8]$$

que como podemos apreciar rápidamente, tiene solución para cualquier valor de "a", salvo para aquél que anule el denominador de [6], [7] y [8], es decir:

$$a - 12 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 12}$$

2003.3.- La ecuación de movimiento de un objeto es $s(t) = -2t^3 + 6t$.

Calcular:

a) La ecuación de la velocidad

b) La ecuación de la aceleración

c) Representar gráficamente la función velocidad

d) ¿En qué momento la velocidad es nula?

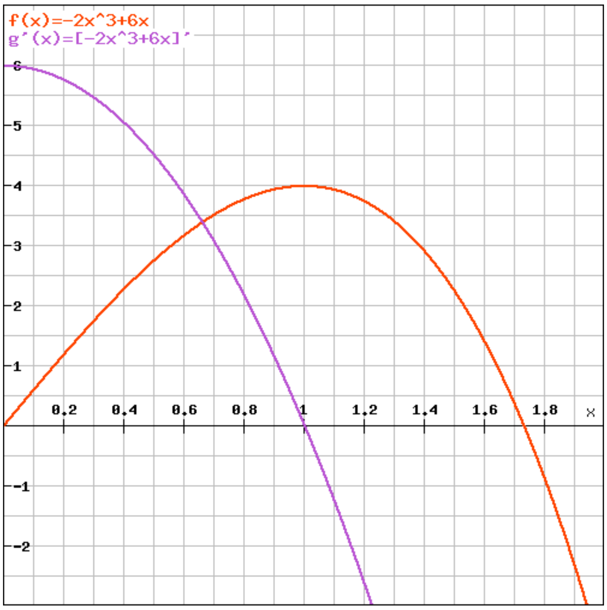
e) ¿Cuánto tiempo estará en movimiento el objeto?

(Valoración 2,5 puntos.)

a). $v(t) = s'(t) = -6t^2 + 6$

b). $a = v'(t) = s''(t) = -12t$

c). Si representáramos la función para tiempos negativos, (línea morada), veríamos claramente que se trata de una parábola con vértice en (0, 6), y que toma valores negativos para tiempos mayores que 1, (corta al eje X en x=1).



d). En t = 1 <= $v(1) = -6*1^2 + 6 = 0$

e). No existen restricciones sobre el tiempo, únicamente se detendrá un instante en t=1 para continuar moviéndose en sentido contrario hasta el infinito. En $t=\sqrt{3}\approx 1{,}73$ el objeto pasará por el punto de partida moviéndose en sentido contrario hasta el infinito (línea naranja).

2003.4.- El 58% de los trabajadores de una empresa son mujeres. De todos los empleados, el 35% utiliza el transporte público. Si se elige un empleado al azar, calcular:

a) La probabilidad de que el empleado no utilice el transporte público.

b) La probabilidad de que sabiendo que utiliza el transporte público sea hombre.

(Valoración 2,5 puntos.)

a).

p(noTrans_Publ) = 1 - p(Trans_Publ) = 1 - 0,35 = **0,65 = 65%**

b). Como el sexo y el transporte son sucesos independientes el que ocurra una u otra posibilidad en segundo no afecta a las probabilidades del primero:

p(Hombre) = 1 - p(Mujer) = 1 - 0,58 = **0,42 = 42%**